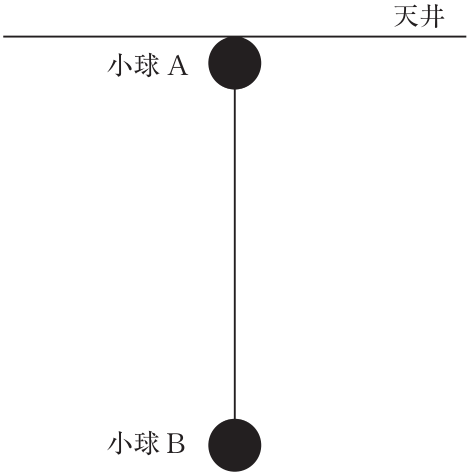
はじめに

いきなりですが，次の様な問題に答えられますか？

質量 m の小球 A と質量 m の小球 B を天井からつりさげておく。小球 B に対し，水平方向右向きに初速 v_0 をあたえると同時に小球 A の固定を解いた。重力加速度の大きさは g とする。



問　この後の，小球 A，B 各々が描く運動の軌跡について述べよ。

どうでしょうか。問題の設定自体はいたってシンプルで，難しいことは聞いていないようですが，ノーヒントでいきなり問われると，何をどう考えていいのかわからず，至極難しく感じるのではないでしょうか？

実はこれは 2015 年度の東大前期入試の第 1 問 II の内容です。もちろん実際の入試問題にはいくつか問がつき，それが誘導となって解き進めていく形にはなっています。しかし，

誘導がなくとも，この様な問に答えていける力

が東大入試には必要です。そして，

この様な問題に自分で答えていく力をつけることが物理の学習

に他なりません。

東京大学　物理対策講座　テキスト

この講座では，以上の点をふまえつつ，過去問の中から選りすぐりの問題を中心に解説し，重要となる点を確認していきます。必ず自力で問題を解いて解答用紙に書いてみてから動画を見て，解答のポイントなどを確認していってください。

そして，その後はどんどん過去問に挑戦してみてください！その際，付録の解答用紙をコピーして使い，解答を書いてみることをお忘れなく。東大の解答用紙はあまり広くない上に余計な罫線がついていて，やや使いにくいです。その中に，考え方と解答をサッとスマートに書けなければなりません。この点についても授業で触れますが，コツをうまくつかみ，書き方の練習もしっかりと行いましょう！

皆さんの健闘を期待し，合格を祈っています!!

中野　喜允

※テキスト冊子をご購入いただいた方へ

解答用紙は，動画視聴画面トップのテキストダウンロードボタンより入手して印刷してください。

＜目次＞

第１講　運動方程式を立てる問題（力学）…… p. 4
第２講　重心と２体問題（力学）…… p.16
第３講　回転に関わる問題（力学）…… p.26
第４講　電気回路（電磁気学）…… p.36
第５講　導体棒の運動（電磁気学）…… p.48
第６講　電磁誘導・荷電粒子の運動（電磁気学）…… p.60
第７講　ホイヘンスの原理と波の伝播（波動）…… p.70
第８講　波とエネルギー（波動）…… p.84
第９講　熱力学 …… p.100
第10講　原子と原子核 …… p.112

※本テキストは，一部問題において東京大学の入試問題を改変して使用しております。
詳細はテキストをご確認ください。

第１講　運動方程式を立てる問題（力学）

1　（解答用紙１）

図１のように水平面に対して45°の角度をなす斜面上に質量 M の直角二等辺三角形の物体Ａを斜辺の面が斜面と接するように置く。直角二等辺三角形の等しい２辺の長さを d とする。Ａの上面に質量 m で，大きさの無視できる小さな物体Ｂを置く。斜面上に原点Ｏをとり，水平右向きに x 軸，鉛直下向きに y 軸をとる。はじめ，Ａは上面が $y=0$ となる位置にあり，ＢはＡの上面の右端，すなわち，$(x,\ y)=(d,\ 0)$ の位置にある。空気の抵抗および斜面とＡの間の摩擦は無視できるものとする。重力加速度を g とする。

Ⅰ　ＡとＢの間の摩擦も無視できる場合に以下の問に答えよ。

⑴　図１のようにＡの右面に水平左向きに力 F を加えたところ，２つの物体は最初の位置に静止したままであった。F の大きさを求めよ。

⑵　力 F を取り除いたところ，ＡとＢは運動を開始した。その後，ＢはＡ上面の左端に達した。この瞬間のＢの y 座標を求めよ。

⑶　ＢがＡ上面の左端に達する直前のＢの速さ v を求めよ。

Ⅱ　図２に示すようにＡ上面の点Ｐを境にして右側の表面が粗く，この部分でのＡとＢの間の静止摩擦係数および動摩擦係数はそれぞれ μ，μ'（ただし $\mu>\mu'$）である。Ａ上面の点Ｐより左側は，なめらかなままである。問Ⅰ⑴と同様に，力 F を加えて両物体を静止させた。力 F を取り除いた後の両物体の運動について以下の問に答えよ。

⑴　μ が十分に大きい場合，ＢはＡ上面を滑り出さず，両物体は一体となって斜面を滑りおりる。このときの両物体の x 方向の加速度 a_x と y 方向の加速度 a_y を求めよ。

⑵　μ がある値 μ_0 より大きければＢはＡ上面を滑り出さず，小さければ滑り出す。その値 μ_0 を求めよ。

⑶　μ が μ_0 より小さい場合に，Ｂが最初の位置 $(x,\ y)=(d,\ 0)$ からＡ上面の左端に達するまでの軌跡として最も適当なものを図３の㋐〜㋔の中から一つ選べ。ここで Q_1，Q_2，Q_3 はそれぞれ，Ｂの最初の位置，ＢがＡ上面の点Ｐに達した瞬間の位置，ＢがＡ上面の左端に達した瞬間の位置を表す。また破線は直線 $y=x$ を示す。

＜ Note ＞

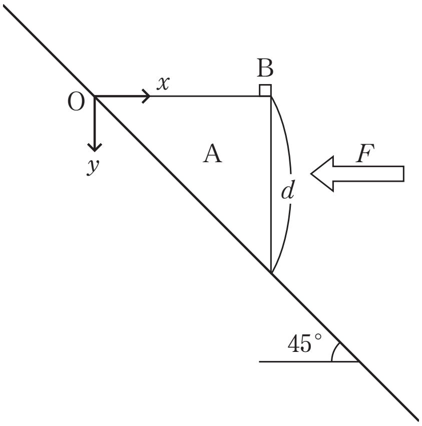


図１

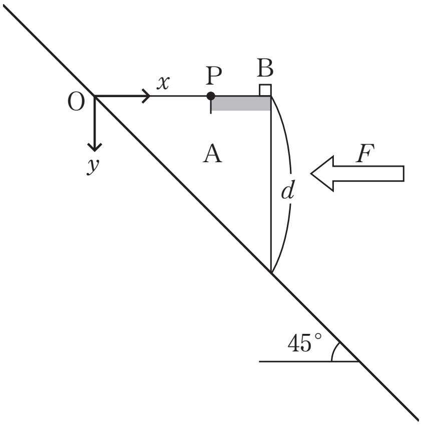


図２

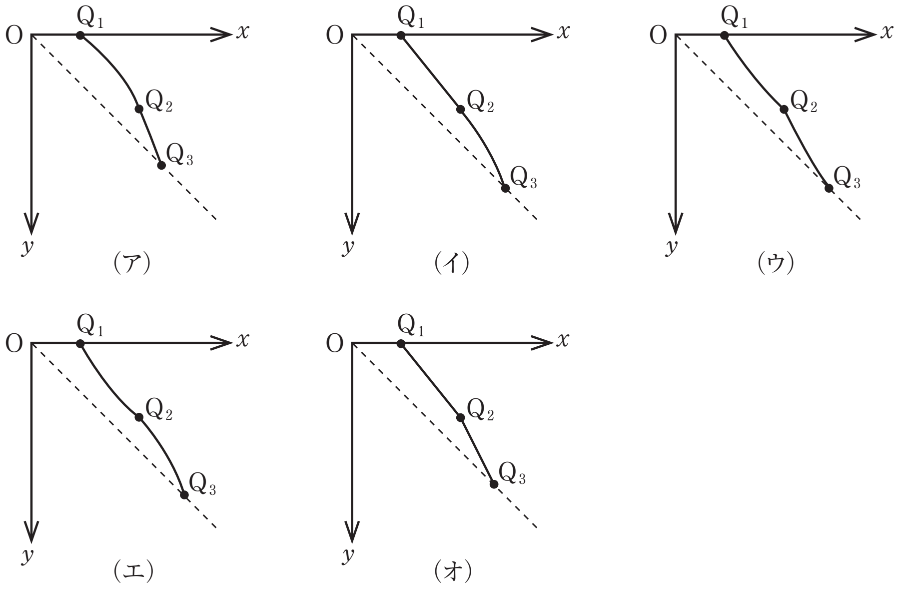


図３

＜ Note ＞

2 （解答用紙１）

図１のように，鉛直に固定した透明な管がある。ばね定数 k のばねの下端を管の底面に固定し，上端を質量 m の物体１に接続する。質量が同じく m の物体２を，物体１の上に固定せずにのせる。地面上の一点Oを原点として鉛直上向きに x 軸をとる。ばねが自然長になっている時の物体１の x 座標は h であり，重力加速度の大きさは g である。

なお，物体の大きさは小さく，管との摩擦や空気抵抗は無視でき，x 方向以外の運動は考えない。ばねの質量は無視できる。また，管は十分長く，実験中に物体が飛び出すことはないものとする。

Ⅰ　物体１と物体２を，互いに接した状態で，物体１の x 座標が x_A となる位置まで押し下げ，時刻 $t=0$ に初速度０で放したところ，物体１と物体２は互いに接した状態で単振動を開始した。

⑴　この時の，物体１の単振動の中心の x 座標を答えよ。

⑵　物体１と物体２の x 方向の運動方程式をそれぞれ書け。各物体の加速度を a_1，a_2，物体１の位置を x，互いに及ぼす抗力の大きさを $N\,(N \geqq 0)$ とせよ。

⑶　x_A の値によっては，運動中に物体１と物体２が分離することがある。図２はこのような場合の物体の位置の時間変化を示す。運動方程式を使って，分離の瞬間の物体１の x 座標を求めよ。なお，図２では物体の大きさは無視されており，接している間の物体１と物体２の位置を１本の実線で表している。

⑷　分離の瞬間の物体１の速度を答えよ。また，分離が起きるのは，時刻 $t=0$ における物体１の位置 x_A がどのような条件を満たす場合か答えよ。

Ⅱ　物体１と物体２が分離した後の運動について考える。分離後，物体１は単独で単振動する。物体２は重力のために，分離後ある時間が経過した後に必ず物体１に衝突する。分離から衝突までの時間は時刻 $t=0$ における物体１の位置 x_A に依存する。ここで，分離から衝突までの時間が，物体１が単独で単振動する際の周期 T に等しくなるように，x_A の値を設定した。衝突の時刻を T_1 とする。

⑴　物体１が単独で単振動する際の周期 T を答えよ。また，物体１と物体２が衝突する瞬間（時刻 T_1）の物体１の x 座標を答えよ。

⑵　分離の瞬間の物体２の速度を V とする。分離から衝突までの時間が T となるための V の満たす式を書け。

⑶　物体１と物体２の間のはねかえり係数は１であるとし，時刻 T_1 における衝突以降の運動を考える。物体１と物体２が，T_1 以降に再び接触する時刻 T_2 と，その時の物体１の x 座標を答えよ。また，時刻 $t=0$ から $2T_1$ までの間で，横軸を時刻，縦軸を物体の位置とするグラフの概形を描け。物体の大きさは無視し，物体１と物体２が接した状態で運動している部分は実線，分離している部分は点線を用いよ。なお，横軸，縦軸共に，値や式を記入する必要はない。

< Note >

(4)　この場合の x_A を h, m, k, g を用いて表せ。

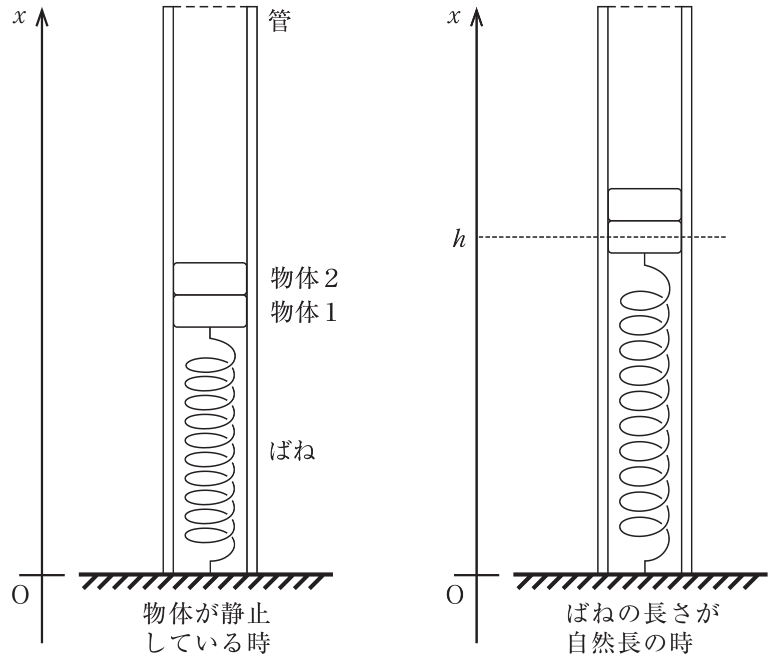


図１

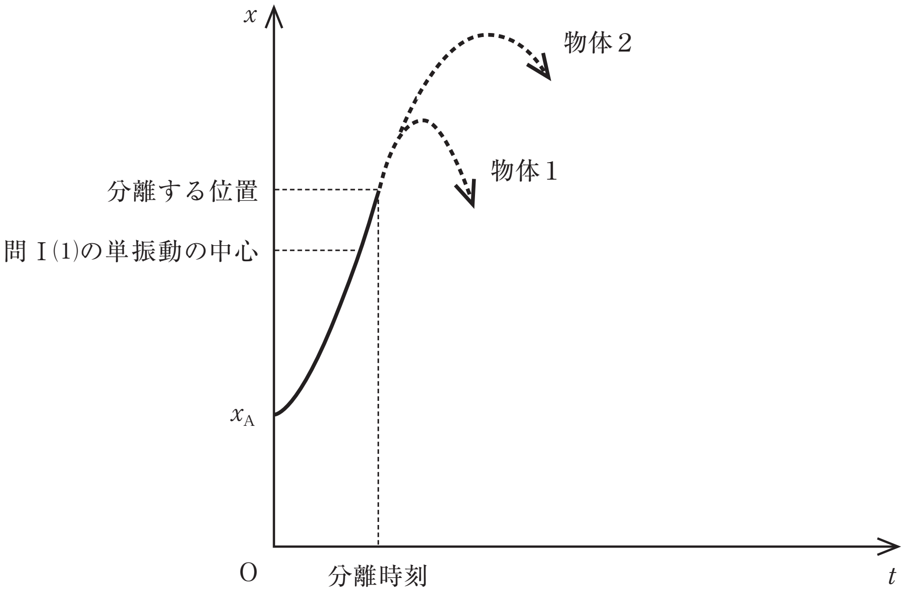


図２

＜ Note ＞

第１講　確認テスト

（解答用紙１）

図１に示すように，水平から角度 θ をなすなめらかな斜面の下端に，ばね定数 k のばねの一端が固定されている。斜面は点Ａで水平面と交わっており，ばねの他端は自然長のとき点Ａの位置にあるものとする。図２に示すように，質量 m の小球をばねに押し付け，斜面に沿って距離 x だけばねを縮めてから静かに手を離す。その後の小球の運動について，以下の設問に答えよ。ただし，重力加速度の大きさを g とする。また，小球の大きさとばねの質量は無視してよい。

⑴　$x=x_0$ のとき，手を離しても小球は静止したままであった。このときの x_0 を求めよ。

⑵　手を離したのち，小球が斜面から飛び出し水平面に投げ出されるための x の条件を，k，m，g，θ を用いて表せ。

⑶　$x=3x_0$ のとき，小球が動き出してから点Ａに達するまでの時間を求めよ。

次に，⑵の条件が成立し小球が投げ出されたあとの運動を考える。小球は点Ａから速さ v で投げ出されたのち，水平距離 s だけ離れたところに落下する。点Ａでの速さが一定の場合は，$\theta=45°$ のとき落下までの水平距離が最大になることが知られているが，今回の場合は，θ によって v が変わるため，s が最大となる条件は異なる可能性がある。以下の設問に答えよ。なお，必要であれば，表１の三角関数表を計算に利用してよい。

⑷　v を x，k，m，g，θ を用いて表し，x が一定のとき，s が最大となる θ は $45°$ より大きいか小さいか答えよ。

⑸　s を x，k，m，g，θ を用いて表せ。

⑹　$x=\dfrac{2mg}{k}$ のとき，表１に示した角度の中から，s が最も大きくなる θ を選んで答えよ。

⑺　x を大きくしていくと，s が最大となる θ は何度に近づくか。表１に示した角度の中から選んで答えよ。

＜ Note ＞

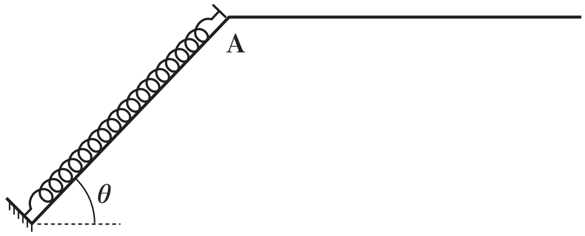


図１

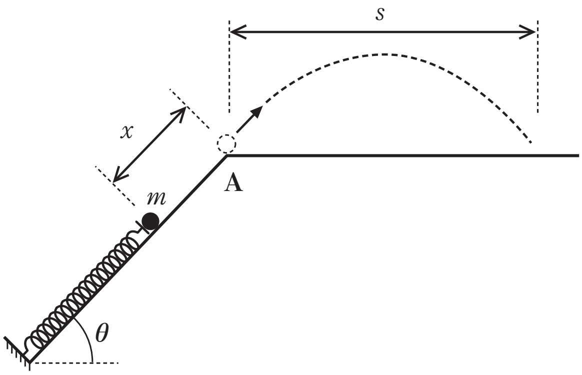


図２

表１

θ	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°
$\sin\theta$	0.17	0.26	0.34	0.42	0.50	0.57	0.64	0.71
$\cos\theta$	0.98	0.97	0.94	0.91	0.87	0.82	0.77	0.71

θ	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°
$\sin\theta$	0.77	0.82	0.87	0.91	0.94	0.97	0.98
$\cos\theta$	0.64	0.57	0.50	0.42	0.34	0.26	0.17

＜ Note ＞

第２講　重心と２体問題（力学）

1（解答用紙１）

質量 m の小球 A，B が長さ l のひもの両端につながれている。図１のように水平な天井に小球 A，B を l だけ離して固定した。小球 B を固定した点を O とし，重力加速度の大きさを g とする。小球 A，B の大きさ，ひもの質量，および空気抵抗は無視できるものとする。以下の設問に答えよ。

Ⅰ　小球 B を固定したまま小球 A を静かに放した。

(1)　ひもと天井がなす角度を θ とする。小球 A の速さを θ を用いて表せ。ただし，$0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ とする。

(2)　小球 A が最下点$\left(\theta=\dfrac{\pi}{2}\right)$に達したときのひもの張力の大きさを求めよ。

(3)　小球 A が最下点$\left(\theta=\dfrac{\pi}{2}\right)$に達したときの小球 A の加速度の大きさと向きを求めよ。

Ⅱ　小球 A がはじめて最下点$\left(\theta=\dfrac{\pi}{2}\right)$に達したときに小球 B を静かに放した。この時刻を $t=0$ とする。

(1)　２個の小球の重心を G とする。小球 B を放したあとの重心 G の加速度の大きさと向きを求めよ。

(2)　時刻 $t=0$ における，重心 G に対する小球 A，B の相対速度の大きさと向きをそれぞれ求めよ。

(3)　時刻 $t=0$ における，ひもの張力の大きさを求めよ。

(4)　時刻 $t=0$ における，小球 A，B の加速度の大きさと向きをそれぞれ求めよ。

(5)　小球 B を放してから，はじめて小球 A と小球 B の高さが等しくなる時刻を求めよ。

(6)　小球 B を放したあとの時刻 t における小球 A の水平位置を求めよ。ただし，点 O を原点とし，右向きを正とする。

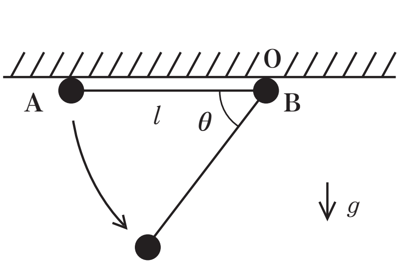


図１

< Note >

2（解答用紙１）

水平な机の上に置かれた台の内側に，半径 R の半円形のレールがとりつけられている（図1）。机上の一点Oを原点として水平に x 軸をとり，レールの中心Cの x 座標が原点に一致するように台を置いた。まず，台を机に固定したまま，図１のように小球をレールの最下点Pから $+x$ 方向に L だけ離れたレール上の点Qに一旦静止させる。その後小球はレール上を摩擦を受けることなく運動するものとして，以下の設問に答えよ。ただし，小球の質量を m_1，レールを含んだ台の質量を m_2，重力加速度の大きさを g とする。また，L は R に比べて十分小さいものとする。必要であれば，θ〔rad〕が十分小さいときの近似公式，$\cos\theta \fallingdotseq 1$，$\sin\theta \fallingdotseq \theta$，を用いても良い。

Ⅰ　台を机に固定したままで，小球を静かに放したところ単振動を始めた。小球の x 座標を x_1，x 軸方向の加速度を a_1 とする。

(1)　小球の x 軸方向の運動方程式を求めよ。

(2)　この単振動の周期を求めよ。

Ⅱ　図１の状態に戻し，今度は，台が机に対して摩擦を受けることなく動けるようにした。その上で小球を点Qから静かに放したところ，小球はやはり単振動を始めた。図２のように小球と点Pの x 座標をそれぞれ x_1，x_2，小球と台の x 軸方向の加速度をそれぞれ a_1，a_2 とする。

(1)　小球と台に働く力の関係から，a_1 と a_2 の間に成り立つ関係式を求めよ。

(2)　小球と台を合わせた系に対しては x 軸方向には外からの力は働かないので，系の重心の x 座標は変化しない。このことから，x_1 と x_2 の間に成り立つ関係式を求めよ。

(3)　小球の単振動の中心位置の x 座標を求めよ。

(4)　小球の単振動の振幅を求めよ。

(5)　小球の単振動の周期を求めよ。

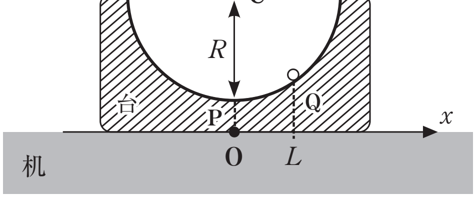


図１

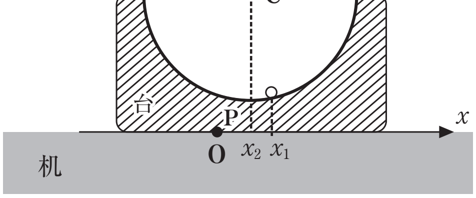


図２

< Note >

第２講　確認テスト

（解答用紙１）

図１のように大きさの無視できる小球１，２が床から高さ h の位置に固定されている。二つの小球は鉛直方向に並んでおり，その間隔は十分に小さく無視できるものとする。鉛直上側の小球１の質量を m，下側の小球２の質量を M とする。小球は鉛直方向にのみ運動し，小球１，２の衝突および小球２が床で跳ね返る際の反発係数は１とする。小球１，２の速度は鉛直上向きを正とし，重力加速度の大きさを g で表す。以下の設問に答えよ。

Ⅰ　小球の固定を静かに外す。小球1, 2は同時に落下を始め，小球２が床で跳ね返った直後，小球１と小球２が衝突する。その後，小球１は床から最大の高さ H まで上昇した。

⑴　小球２が床で跳ね返る直前における小球１，２の落下する速さを v とする。小球２が床で跳ね返った直後，速度 $-v$ の小球１と，速度 v の小球２が衝突する。小球１，２の衝突直後における小球１の速度を v_1'，小球２の速度を v_2' とするとき，$v_1'-v_2'$ を，v を用いて表せ。

⑵　v_1' と v_2' を，m，M，v を用いて表せ。また，M が m に比べて十分に大きいとき，H は h の何倍か，数値で答えよ。

Ⅱ　以下では $M=3m$ とする。図２のように小球１，２を質量の無視できる長さ l $(l<h)$ の伸びない糸でつなぎ，設問Ⅰと同様に高さ h から落下させる。糸は，たるんだ状態では小球の運動に影響を与えない。床で跳ね返った小球２は，小球１と衝突した後，床に静止した。

⑴　小球１が高さ l に達すると，糸に張力が生じる。その直前の小球１の速度を v_1，小球１と小球２の重心の速度を V とする。V を，v_1 を用いて表せ。

⑵　糸に張力が生じると小球２が床から浮き上がり，その直後，再び糸がたるむ。糸がたるんだ瞬間における小球１の速度 u_1 と小球２の速度 u_2 を，それぞれ v_1 を用いて表せ。ただし，糸に張力が生じる前後で小球１，２の力学的エネルギーの和は保存されるものとする。

< Note >

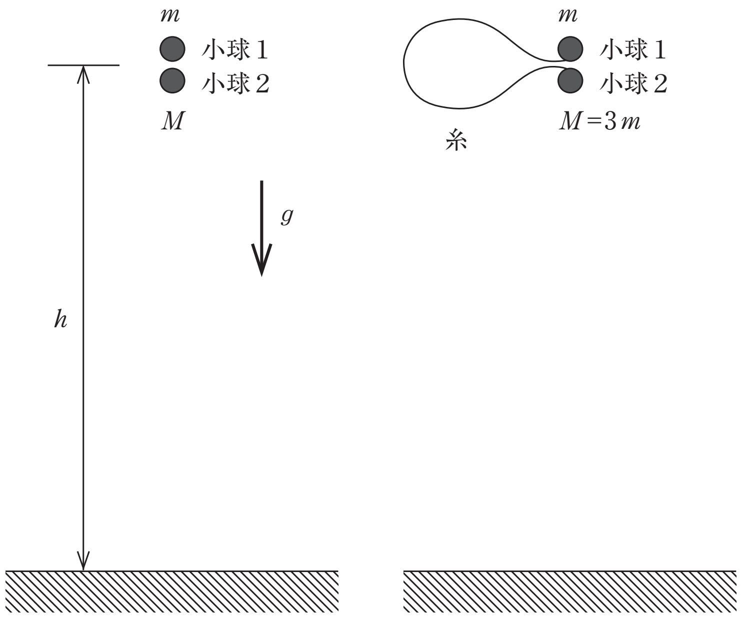
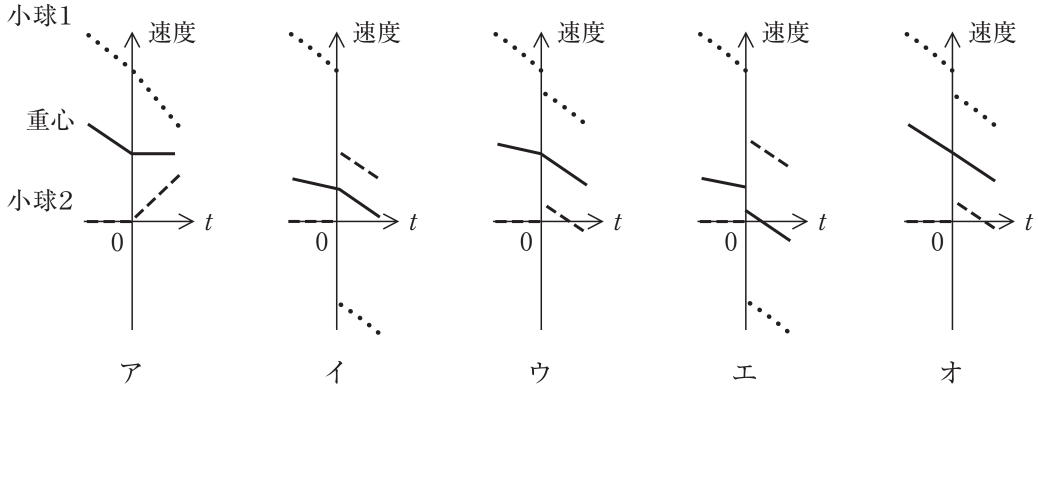


図１　　図２

⑶　小球２が床から浮き上がる瞬間の時刻を $t=0$ とする。$|t|$ が十分に小さい範囲で，小球１と小球２の重心の速度，小球１の速度及び小球２の速度を t の関数として図示するとき，最も適切なものを以下のア～オから一つ選べ。ただし，図中の実線は重心の速度，点線は小球１の速度，破線は小球２の速度を表す。



< Note >

Ⅲ　引き続き $M=3m$ とする。小球１，２を，質量の無視できる自然長 l（$l<h$）のゴムでつないで，設問Ⅱと同様に高さ h から落下させる。図３のように，ゴムを自然長より x（$x \geqq 0$）だけ伸ばすと，大きさ kx の復元力が働くものとし，自然長から引き伸ばすために必要な仕事は $\dfrac{1}{2}kx^2$ で与えられる。また，ゴムは，たるんだ状態では復元力を及ばさず，小球の運動に影響を与えない。

(1)　k がある値 k_c より大きければ，小球１，２の衝突後に床に静止していた小球２は，やがてゴムの張力により床から浮き上がる。$k>k_c$ のとき，小球２が浮き上がる瞬間におけるゴムの長さを $l+\Delta l$ とする。Δl を m，g，k を用いて表せ。

(2)　小球２が床から浮き上がる瞬間における小球１の速度 w を，v_1，m，g，k を用いて表せ。ただし v_1 は設問Ⅱ(1)と同様，ゴムに復元力が生じる直前の小球１の速度とする。また，この結果より k_c を，v_1，m，g を用いて表せ。

(3)　小球２が床から浮き上がってから再びゴムがたるむまでの小球１，２の運動は，重心の等加速度運動と，重心のまわりの単振動の合成となる。k が十分に大きければ，小球２が浮き上がる瞬間におけるゴムの伸び Δl は無視してよい。このとき，小球２が床から浮き上がってからゴムがたるむまでの時間 T を，m，k を用いて表せ。ただし，k は十分に大きいため，ゴムがたるむ前に小球２が床に接触することはない。

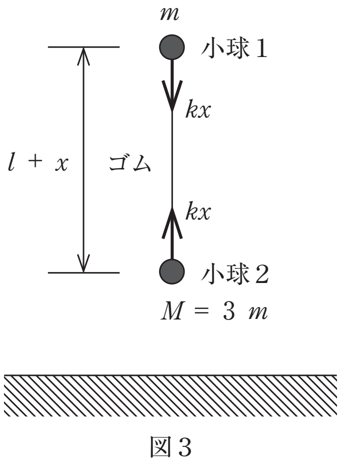


図３

＜ Note ＞

第３講　回転に関わる問題（力学）

1 （解答用紙１）

図１のように，無重力の宇宙空間に半径 R の巨大な円筒形の密閉容器(宇宙ステーション)が浮かんでいる。この内壁上で地球上と同じような生活を実現させるために，宇宙ステーションを円筒の中心軸の回りに一定の角速度 ω で回転させ，重力に相当する力を人工的に作り出す。円筒の内壁上には観測者Ｓ，円筒の外には静止している観測者Ｔがいるとして，以下の設問に答えよ。なおここでは図１に描かれた面内で起こる運動のみを考える。また，観測者Ｓから見て内壁に沿う図１中の矢印の方向を $+x$ 方向とせよ。

Ⅰ　円筒の内壁上に立っている観測者Ｓがバネを持ち，物体Ａをつり下げるとバネは L だけ伸びた。

(1)　観測者Ｓがそのまま内壁に対して一定の速さ v (>0) で $+x$ 方向に運動したとき，バネの伸びはいくらになるか。

(2)　観測者Ｓが物体Ａをつるしたバネを持ち，内壁に垂直に立てたはしご(図１)を $\frac{R}{2}$ の高さまで登ったときのバネの伸びはいくらか。

(3)　地球上で同じバネに同じ物体Ａをつるすと，バネは同じく L だけ伸びた。宇宙ステーションの角速度 ω を地球上の重力加速度 g を用いて表せ。

Ⅱ　円筒の内壁に固定され回転の中心Ｏに向いている打ち上げ装置(図１)を使い，ボールを打ち上げ装置に対して速さ u で打ち上げた。

(1)　観測者Ｔが見るとこのボールはどのような運動をするか。理由をつけて答えよ。また，観測者Ｔから見たボールの初速度の大きさを ω，R，u で表せ。

(2)　このボールが打ち上げられてから宇宙ステーションの内壁に衝突するまでの時間 t_1 を求めよ。

(3)　打ち上げ装置から見て，このボールは内壁上のどの地点に落下するか。「同じ場所」，「$+x$ 方向に離れた場所」，「$-x$ 方向に離れた場所」「これだけではわからない」の中から選び，そう判断した理由を述べよ。

＜ Note ＞

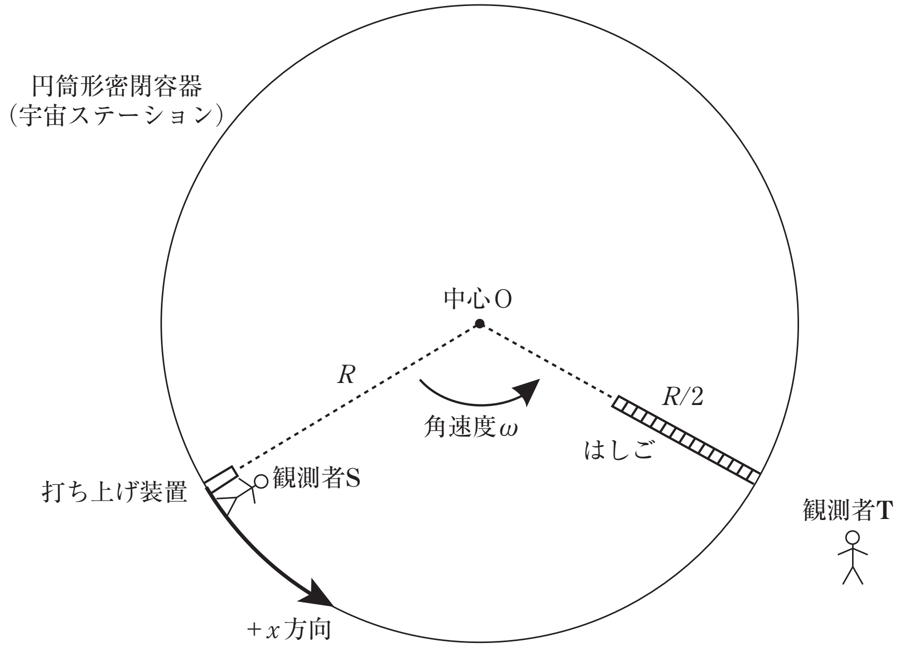


図１
（実際の観測者や打ち上げ装置の大きさは，半径Rにくらべて十分に小さい。）

＜ Note ＞

2　（解答用紙１）

長さ L の不透明な細いパイプの中に，質量 m の小球１と質量 $2m$ の小球２が埋め込まれている。パイプは直線状で曲がらず，その口径，及び小球以外の部分の質量は無視できるほど小さい。また小球は質点と見なしてよいとし，重力加速度を g とする。これらの小球の位置を調べるために次の二つの実験を行った。

Ⅰ　まず，図１に示したように，パイプの両端 A，B を支点 a，b で水平に支え，両方の支点を近づけるような力をゆっくりとかけていったところ，まず b が C の位置まで滑って止まり，その直後に今度は a が滑り出して D の位置で止まった。パイプと支点の間の静止摩擦係数，及び動摩擦係数をそれぞれ μ，μ'（ただし $\mu > \mu'$）と記すことにして，以下の問に答えよ。

⑴　b が C で止まる直前に支点 a，b にかかっているパイプに垂直な方向の力をそれぞれ N_a，N_b とする。このときのパイプに沿った方向の力のつり合いを表す式を書け。

⑵　AC の長さを測定したところ d_1 であった。パイプの重心が左端 A から測って l の位置にあるとするとき，重心の周りの力のモーメントのつり合いを考えることにより，d_1 を l，μ，μ' を用いて表せ。

⑶　CD の長さを測定したところ d_2 であった。摩擦係数の比 μ'/μ を d_1，d_2 で表せ。

⑷　上記の測定から重心の位置 l を求めることができる。l を d_1，d_2 で表せ。

⑸　さらに両方の支点を近づけるプロセスを続けると，どのような現象が起こり，最終的にどのような状態に行き着くか。理由も含めて簡潔に述べよ。

Ⅱ　次に，パイプの端 A に小さな穴を開け，図２のようにそこを支点として鉛直に立てた状態から静かにはなし，パイプを回転させた。パイプが $180°$ 回転したときの端 B の速度の大きさを測ったところ，v であった。端 A から測った小球１，２の位置をそれぞれ l_1，l_2 として以下の問に答えよ。（支点での摩擦および空気抵抗は無視できるものとする。）

⑴　v を l_1，l_2，g，L を用いて表せ。

⑵　v を実験Ⅰで得られた重心の位置 l の値を用いて表したところ，

$$v = L\sqrt{\frac{8g}{3l}}$$

であった。小球の位置 l_1，l_2 を l で表せ。ただし $l_1 \neq 0$，$l_2 \neq 0$ とする。

＜ Note ＞

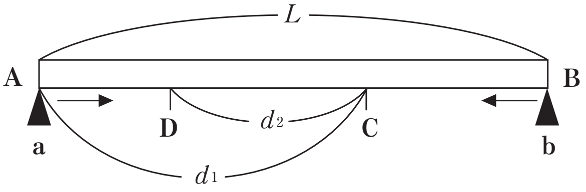


図１

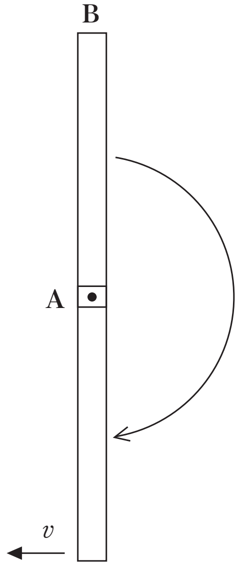


図２

＜ Note ＞

第３講　確認テスト

（解答用紙１）

図１のように，直線と半径 r の円弧とからなる軌道を考える。円弧は点C，E，Fで軌道の直線部分と滑らかにつながっている。初速度０で点Aから質量 m の球が斜面に沿ってすべり落ちるとき，球は軌道に沿って摩擦なしで運動する。点B，F，Hは水平線上にあり，直線部分ABは水平線と角度 α をなす。重力加速度を g とし，球の半径は十分小さいとする。

Ⅰ　この球が軌道から受ける最大の抗力を求めよ。

Ⅱ　出発点Aでの球の高さ h がある値 h_0 をこえると，球が運動の途中で軌道から浮き上がる。h_0 を求めよ。

Ⅲ　$h > h_0$ のとき，球が軌道から飛び上がり，点Hに落下した。このときの h の値を求めよ。

Ⅳ　高さ h を適当に選んで，球が軌道から浮き上がらずに点Gに到達するためには，角度 α がある条件を満たすことが必要である。この条件を求めよ。

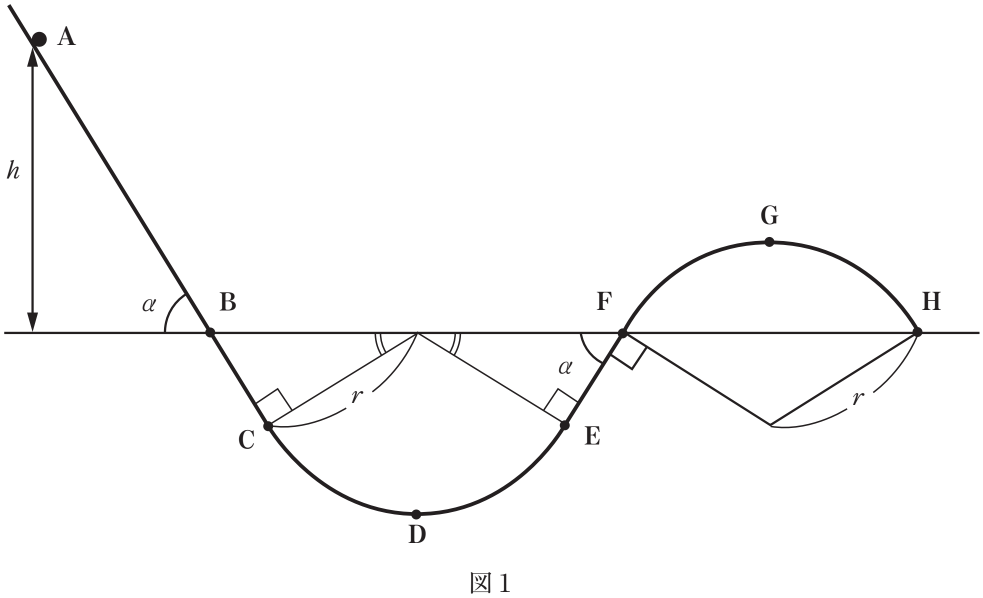


図１

＜ Note ＞

第４講　電気回路（電磁気学）

1　（解答用紙２）

太陽電池は，光を電気に変換する素子である。ここでは，太陽電池を図１に示す記号を用いて表し，その出力電流 I は図中の矢印の向きを正とする。また，図中の端子 b を基準とした端子 a の電位を出力電圧 V とする。このとき，V と I の関係は，図２のようになり，下記の式(i)，(ii)で表されるものとする。

(i)　$V \leqq V_0$ のとき，$I = sP$

(ii)　$V > V_0$ のとき，$I = sP - \dfrac{1}{r}(V - V_0)$

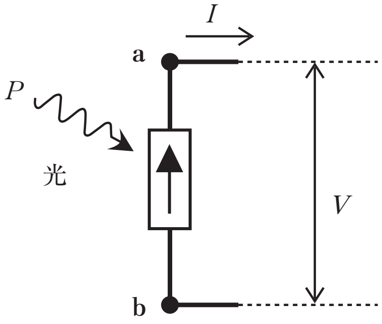
ここで，P は照射光の強度，r，s，V_0 は全て正の定数である。以下の設問に答えよ。

ただし，回路の配線に用いる導線の抵抗は無視してよい。

I　図３のように，太陽電池の端子間に電気容量 C のコンデンサーを接続した。このとき，コンデンサーに電荷は蓄えられていなかった。この状態で，時刻 $t=0$ から一定の強度 P_0 の光を照射したところ，図４のように電流 I が変化した。

(1)　図４中の時刻 t_1 を求めよ。

(2)　十分に時間が経過した後にコンデンサーに蓄えられた電荷を求めよ。



太陽電池

図１

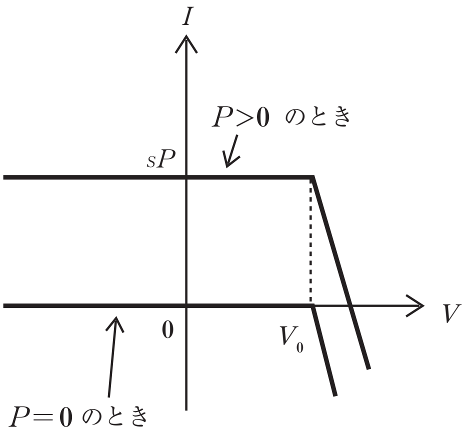


図２

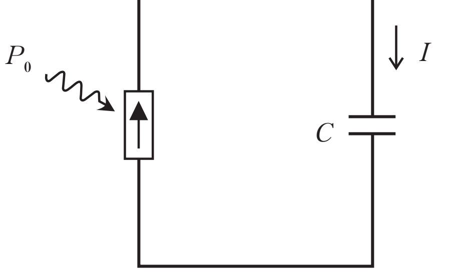


図３

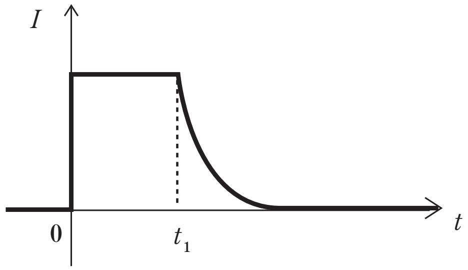


図４

< Note >

Ⅱ　図５のように，太陽電池の端子間に抵抗値 R の抵抗を接続し，強度 P_0 の光を照射した。R を変化させたとき，ある R_0 を境に，$R \leqq R_0$ の範囲では，抵抗を流れる電流 I が R によらず sP_0 となり，$R > R_0$ の範囲では，R の増加とともに電流 I が減少した。

(1)　R_0 を求めよ。

(2)　$R > R_0$ のときの電流 I を，P_0，r，s，V_0，R を用いて表せ。

(3)　r が R_0 に比べて十分小さいとき，抵抗で消費される電力が最大となる R の値と，そのときの電力を求めよ。

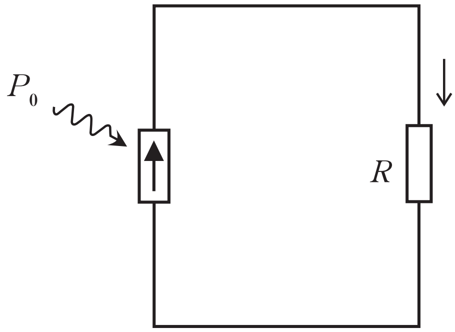


図５

Ⅲ　図６のように，二つの太陽電池１，２と抵抗値 R の抵抗を直列に接続した。太陽電池１に強度 P_0 の光を，太陽電池２に強度 $2P_0$ の光を同時に照射した。ただし，$P_0 = \dfrac{V_0}{rs}$ とする。太陽電池１，２の出力電圧をそれぞれ V_1，V_2 とし，抵抗を流れる電流を I とする。

(1)　R を調整したところ，$I = \dfrac{1}{2}sP_0$ となった。V_1，V_2 を求めよ。

(2)　(1)のとき R が r の何倍になるか答えよ。

(3)　次に，$R = r$ とした。V_1，V_2 はどのような範囲にあるか。以下から正しいものを一つ選んで答えよ。

ア．$V_1 \leqq V_0$ かつ $V_2 \leqq V_0$

イ．$V_1 \leqq V_0$ かつ $V_2 > V_0$

ウ．$V_1 > V_0$ かつ $V_2 \leqq V_0$

エ．$V_1 > V_0$ かつ $V_2 > V_0$

(4)　(3)の状態において，I，V_1，V_2 を求めよ。

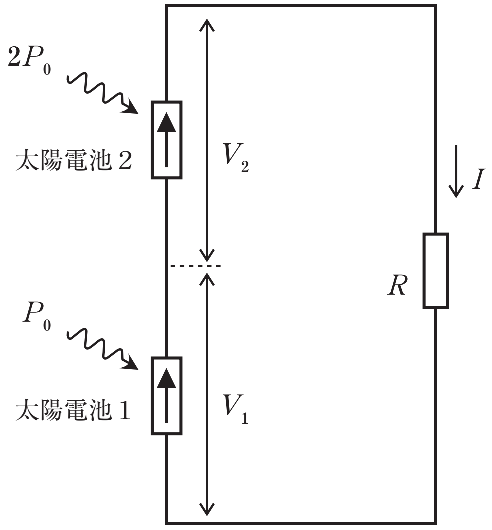


図６

＜ Note ＞

2　（解答用紙２）

電気製品によく使われているダイオードを用いた回路を考えよう。簡単化のため，ダイオードは図１のようなスイッチ S_D と抵抗とが直列につながれた回路と等価であると考え，P の電位が Q よりも高いか等しいときには S_D が閉じ，低いときには S_D が開くものとする。なお以下では，電池の内部抵抗，回路の配線に用いる導線の抵抗，回路の自己インダクタンスは考えなくてよい。

Ⅰ　図２のように，容量 C のコンデンサー２個，ダイオード D_1，D_2，スイッチ S，および起電力 V_0 の電池２個を接続した。最初，スイッチ S は $+V_0$ 側にも $-V_0$ 側にも接続されておらず, コンデンサーには電荷は蓄えられていないものとする。点 G を電位の基準点(電位 0)としたときの点 P_1，P_2 それぞれの電位を V_1，V_2 として，以下の設問に答えよ。

⑴　まず，スイッチ S を $+V_0$ 側に接続した。この直後の V_1，V_2 を求めよ。

⑵　⑴の後，回路中の電荷移動がなくなるまで待った。このときの V_1，V_2，およびコンデンサー１に蓄えられている静電エネルギー U を求めよ。また，電池がした仕事 W を求めよ。

⑶　⑵の後，スイッチ S を $-V_0$ 側に切り替えた。この直後の V_1，V_2 を求めよ。

⑷　⑶の後，回路中の電荷移動がなくなったときの V_1，V_2 を求めよ。

Ⅱ　図２の回路に多数のコンデンサーとダイオードを付け加えた図３の回路は，コッククロフト・ウォルトン回路と呼ばれ，高電圧を得る目的で使われる。いま，コンデンサーの容量は全て C とし，最初，スイッチ S は $+V_0$ 側にも $-V_0$ 側にも接続されておらず，コンデンサーには電荷は蓄えられていないとする。

スイッチ S を $+V_0$ 側，$-V_0$ 側と何度も繰り返し切り替えた結果，切り替えても回路中での電荷移動が起こらなくなった。この状況において，スイッチ S を $+V_0$ 側に接続したとき，点 P_{2n-2} と点 P_{2n-1} の電位は等しくなっていた($n=1$，2，…，N)。また，スイッチ S を $-V_0$ 側に接続したとき, 点 P_{2n-1} と点 P_{2n} の電位は等しくなっていた($n=1, 2, \cdots, N$)。スイッチ S を $+V_0$ 側に接続したときの点 P_{2N-1}, P_{2N} の電位 V_{2N-1}，V_{2N} を N と V_0 で表せ。なお，点 G を電位の基準点(電位 0)とせよ。

< Note >

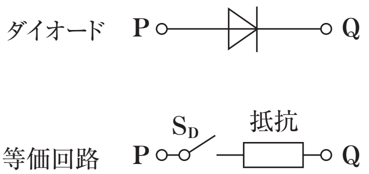

ダイオード
P
Q
等価回路
S_D
抵抗
P
Q

図１

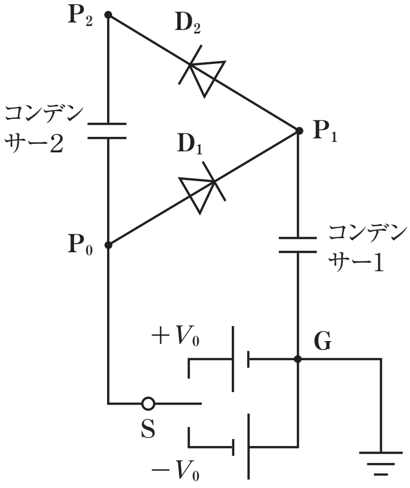

P_2
D_2
コンデンサー2
D_1
P_1
P_0
コンデンサー1
$+V_0$
G
S
$-V_0$

図２

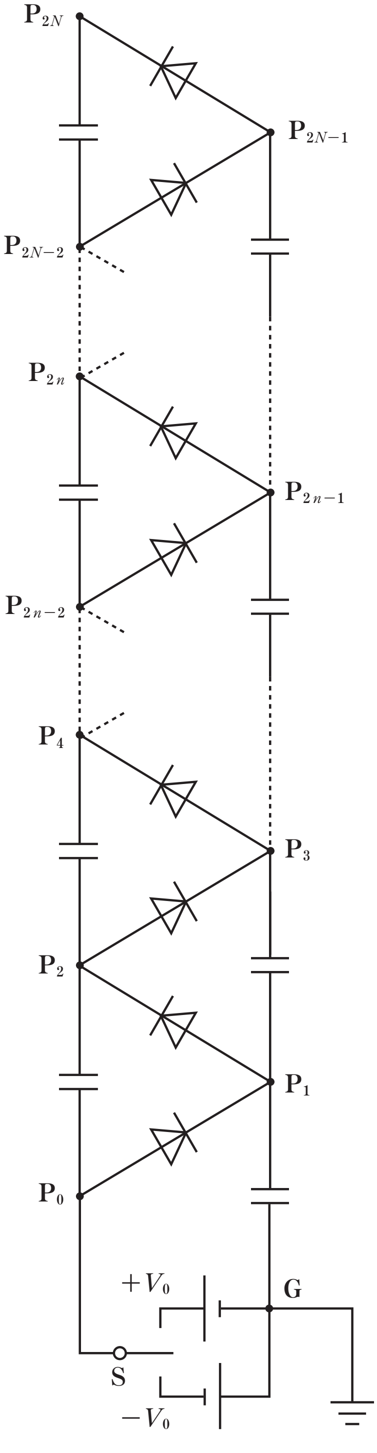

P_{2N}
P_{2N-1}
P_{2N-2}
P_{2n}
P_{2n-1}
P_{2n-2}
P_4
P_3
P_2
P_1
P_0
$+V_0$
G
S
$-V_0$

図３

< Note >

第４講　確認テスト

1　（解答用紙２）

真空放電による気体の発光を利用するネオンランプは，約 80V 以上の電圧をかけると放電し，電流が流れ点灯する。したがって，起電力が数 V の乾電池のみでネオンランプを点灯させることはできない。しかし，コイルおよびスイッチと組み合わせることにより，短時間ではあるがネオンランプを点灯させることができる。

ここでは，図１の電圧―電流特性をもつネオンランプを起電力 9.0V の乾電池で点灯させることを考える。図２のように，乾電池，コイル，およびスイッチを直列につなぎ，ネオンランプをコイルと並列につなぐ。コイルの自己インダクタンス L を 1.0H，コイルの抵抗を 35Ω，乾電池の内部抵抗を 10Ω，ネオンランプの端子 B を基準とする端子 A の電位を V_{A} として，以下の問に答えよ。ただし，ネオンランプに流れる電流の大きさは，端子 A，B のどちらが正極であっても図１で与えられるとする。また，ネオンランプの電気容量，コイル以外の回路の自己インダクタンスは無視できるほど小さく，ネオンランプの明るさはネオンランプを流れる電流の大きさに比例するものとする。

Ⅰ　時刻 $t=t_0$ に回路のスイッチを入れたが，ネオンランプは点灯しなかった。

(1)　スイッチを入れた直後の V_{A} の大きさと符号を求めよ。

(2)　スイッチを入れてしばらくすると，回路を流れる電流は一定となった。このときコイルを流れる電流の大きさ，および V_{A} の大きさと符号を求めよ。

Ⅱ　回路を流れる電流が一定になった後，時刻 $t=t_1$ にスイッチを切った。その後，ネオンランプは図３のように時間 T だけ点灯した。

(1)　点灯が始まった直後にネオンランプを流れる電流の大きさを求めよ。

(2)　図１を利用して，ネオンランプの点灯が始まった直後の V_{A} の大きさと符号を求めよ。

(3)　ネオンランプの点灯が始まった直後，および点灯が終わる直前にコイルに生じている誘導起電力の大きさを，それぞれ求めよ。

Ⅲ　ネオンランプの点灯時間 T のおおよその値を求めたい。計算を簡単にするため，点灯中にコイルに生じている誘導起電力の大きさは一定値 V_1 であると近似する。

(1)　点灯が始まった直後にネオンランプを流れる電流の大きさを I_1 とする。点灯時間 T を，V_1，I_1，L を用いて表せ。

(2)　Ⅲ(1)の結果に V_1，I_1，L の値を代入し，点灯時間 T を有効数字１桁で求めよ。ただし，V_1 の値はⅡ(3)の結果を参考にして，適当に定めてよい。

＜ Note ＞

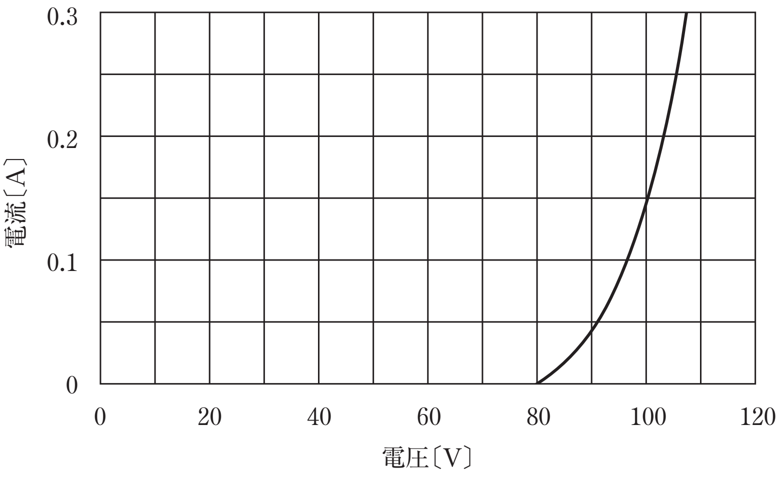

0.3
0.2
0.1
0
電流〔A〕
0
20
40
60
80
100
120
電圧〔V〕

図１

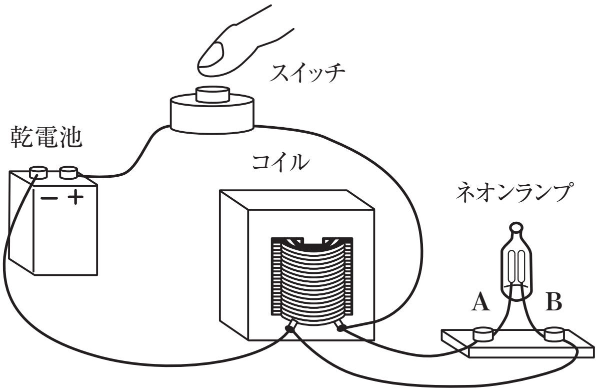

スイッチ
乾電池
コイル
ネオンランプ
A
B

図２

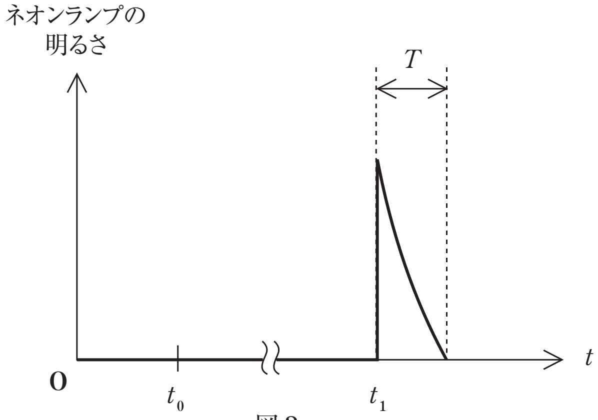

ネオンランプの
明るさ
T
O
t_0
t_1
t

図３

< Note >

第５講　導体棒の運動（電磁気学）

1（解答用紙２）

図１のように，２本の十分に長い導体のレールＰ，Ｑが，水平面と θ の角度をなして互いに平行に設置されている。レールの太さと抵抗は無視できるとする。レール間の距離は L である。これらのレール上には，長さ L，質量 m，抵抗 R の十分に細い N 本の棒 1, 2, 3, …, N が下から順にレールに対して垂直に置かれている。それらはレールに対して垂直のまま，レールに沿って摩擦なく滑る。磁束密度 $B\,(B>0)$ の一様な磁場が鉛直上向きにかけられている。はじめ，すべての棒は固定されている。以下では，空気抵抗，および棒とレールを流れる電流により発生する磁場の影響は無視する。重力加速度の大きさを g とする。以下の設問に答えよ。

Ⅰ　棒１の固定をはずしたところ，棒１はレールに沿って下に動き始め，しばらくして一定の速さ u になった。

(1)　レールＰからＱに向かって棒１を流れる電流 I を u を用いて表せ。

(2)　u を求めよ。

Ⅱ　次に，棒１が他の棒から十分離れた状態で，棒１をレールに沿って上方向に一定の速さ w で動かし続けた。このとき，棒２から棒 N の固定をすべてはずしたところ，それらは動かなかった。w を求めよ。

Ⅲ　すべての棒を固定した状態から始めて，棒 N 以外の固定を下から順番にはずしていった。しばらくして，棒 N 以外の速さはすべて u' となった。u' を求めよ。

Ⅳ　設問Ⅲの状況で，さらに棒 N の固定もはずした。n 番目の棒 $(1\leqq n\leqq N)$ のレールに沿った速度を v_n，加速度を a_n とする。ただし，速度と加速度はレールに沿って滑り降りる向きを正とする。

(1)　$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_N$ を求めよ。

(2)　１から $N-1$ までの整数 n に対して，$a_{n+1}-a_n=-k(v_{n+1}-v_n)$ が成り立つ。定数 k を求めよ。

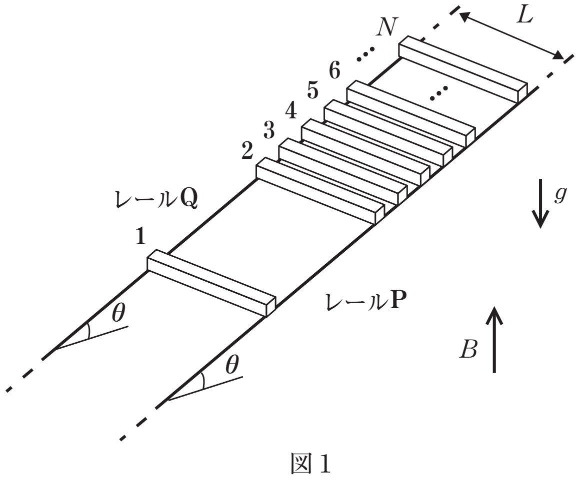
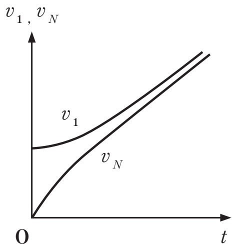


図１

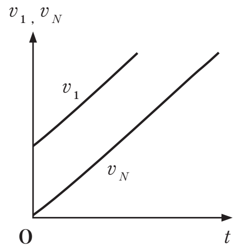
＜ Note ＞

(3)　棒 N の固定をはずしてからの経過時間 t に対して，v_1 と v_N はどのように変化するか。以下の説明とグラフの中から最も適当なものを選べ。なお，一般に加速度 a および速度 v をもつ物体の運動が $a=-Kv$（K は正の定数）を満たす場合，v は時間の経過とともに 0 に近づく。

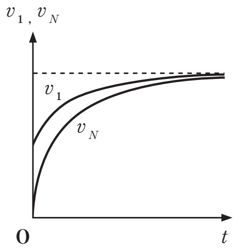
ア．v_1 と v_N は最終的にはともに増加し，その差は小さくなる。



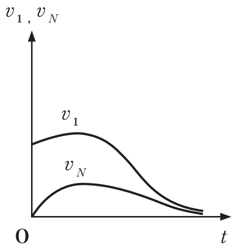
イ．v_1 と v_N は一定の差を保ったまま，ともに増加する。



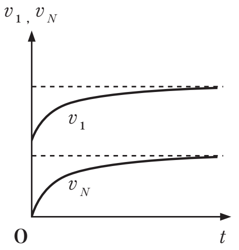
ウ．v_1 と v_N はともに増加し，共通の定数に近づく。



エ．v_1 と v_N は最終的にはともに減少し，0 に近づく。



オ．v_1 と v_N はともに増加し，異なる定数に近づく。



(4)　棒 1 と棒 N の間の距離は時間が経つにつれてどのように変化するか。以下の中から最も適当なものを選べ。

ア．大きくなる　　イ．一定値に近づく　　ウ．小さくなる

＜ Note ＞

2 （解答用紙２）

図１のように，長さ L，質量 M の導体棒を，長さ l の導線２本で吊り下げたブランコを考える。ブランコの支持点は摩擦なく自由に回転できるような，なめらかな軸受になっている。導線には，抵抗値 R の抵抗がつながれており，さらに電源なし，直流電源，交流電源をスイッチで切り替えられるようになっている。このブランコの導体棒は鉛直上向きの一様磁場（磁束密度 B）中を運動するものとする。鉛直下向きからのブランコの振れ角を θ，重力加速度の大きさを g として以下の設問に答えよ。ただし，導体棒や導線は変形しないものとし，それらの抵抗や太さは無視できるものとする。また，導線の質量，電源の内部抵抗も無視できるものとする。導体棒以外の導線や電気回路は一様磁場の外にあり影響を受けない。自己インダクタンス，大気による摩擦は無視できるものとする。ブランコの振動周期に対する抵抗の効果は考慮しなくて良い。

Ⅰ　まず，スイッチを電源なしの位置につなぐ。ブランコを $\theta=\alpha$ の位置まで持ち上げてそっと離したところ，ブランコは長い時間振動しながら次第に振幅を小さくしていき，十分に時間が経った後には $\theta=0$ の位置でほぼ静止した。ただし α は正の微小値である。

(1)　ある瞬間に，ブランコは $\theta=0$ の位置を速さ v で通過した。このとき，導体棒に流れている電流の大きさ I_1 を求めよ。

(2)　ブランコの振動振幅がだんだん小さくなっていくのは，導体棒の力学的エネルギーが抵抗のジュール熱として消費されていくからだと考えることができる。最終的にブランコが静止するまでの間に，抵抗で発生したジュール熱の合計値 Q を求めよ。

(3)　もし抵抗値を $2R$ に変更したとすると，変更前に比べて振動の振幅が半分になるまでにかかる時間はどうなるか。以下のア～ウから適当なものを一つ選んで答えよ。

ア．長くなる　　イ．変わらない　　ウ．短くなる

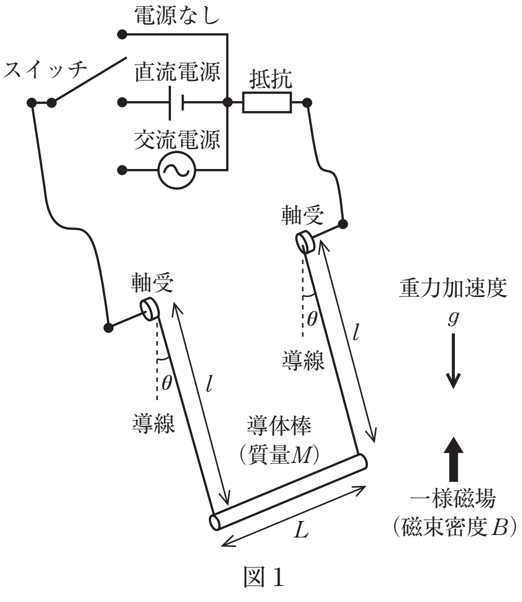


図１

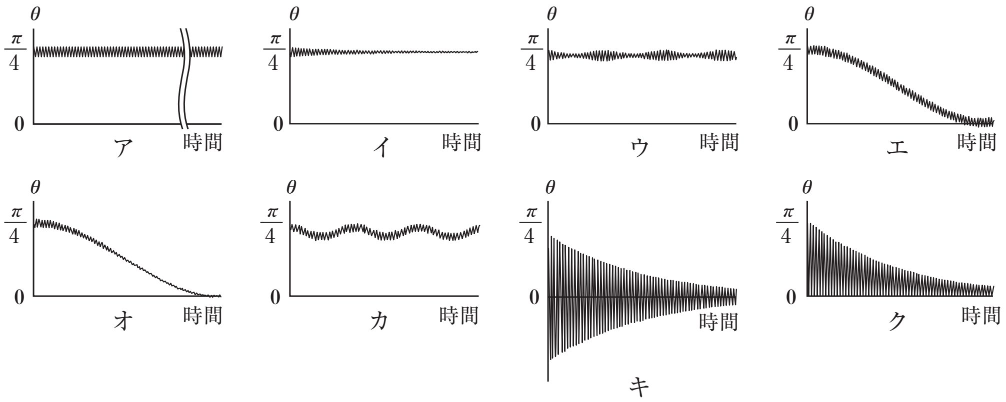
< Note >

Ⅱ　次に，スイッチを直流電源に切り替え，一定電圧を加えたところ，ブランコを $\theta=\frac{\pi}{4}$ の位置で静止させることができた。

(1)　このときに導体棒に流れている電流の大きさ I_2 を求めよ。

(2)　さらにその状態からブランコを $\theta=\frac{\pi}{4}+\delta$ の位置まで持ち上げてそっと離したところ，ブランコは振動を始めた。短時間ではこの運動は単振動とみなしてよい。その周期 P を求めよ。ただし，δ は正の微小値である。

(3)　その後，長時間観察すると，このブランコの振動はどのようになるか。以下のア～クのグラフから最も適当なものを一つ選んで答えよ。



Ⅲ　最後に，ブランコを $\theta=0$ の位置に戻し，スイッチを交流電源に切り替えた。電源の周期を設問Ⅰの場合のブランコ振動の周期(T とする)と同じにした時，ブランコは揺れはじめ，やがて一定振幅(最大振れ角) β で単振動を続けるようになった。このときの θ は，時間 t を用いて $\theta=\beta\sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$ と書くことができる。ただし β は正の微小値である。

(1)　ブランコが一定振幅で単振動をしているときの誘導起電力 V を求めよ。ただし，解答に際して起電力の向きは問わない。また，$\sin\theta$ は θ と近似して良い。

(2)　交流電源の電圧の振幅 A を求めよ。ただし，ブランコの運動に起因する電磁誘導の効果と，交流電源が接続されていることによる効果がちょうど打ち消し合っていると考えれば良い。

(3)　交流電源を設問Ⅲ(2)と同じにした状態で，抵抗値を $2R$ に変更した。十分に時間が経った後のブランコの最大振れ角の大きさ β' を β を用いて表せ。

＜ Note ＞

第５講　確認テスト

1　（解答用紙２）

図１のように，直方体の導体P，P′，Q，Q′が，水平な xy 面上に y 軸と平行に設置されている。これらの導体は十分細長く，その太さは無視できるとする。導体PとP′およびQとQ′の間には絶縁体がはさまれており，全体で間隔 l の２本の平行なレールをなしている。導体P，Qの右端はそれぞれ導体Q′，P′の左端と導線で交差して結ばれている。二つの絶縁体は x 軸方向の平行移動でちょうど重なりあう位置にある。

２本のレール上には，質量が等しく，ともに抵抗 R を持つ細い棒１，２が x 軸に平行に置かれている。それらは y 軸方向に摩擦なしに滑ることができ，棒２の方が棒１より右にあって接触しないものとする。系全体には磁束密度 B の一様な磁界が鉛直上向きにかけられている。

以下では棒を流れる電流は x 軸正方向，棒に働く力とその速度は y 軸正方向を正とする。棒と絶縁体以外の電気抵抗は無視できるとする。また，棒を流れる電流により発生する磁界の影響も無視できるとする。

Ⅰ　棒１も棒２も導体P，Q上にあるとして以下の問に答えよ。

(1)　棒１を導体P，Qに固定し，棒２だけを一定速度 v_0 で動かした。この時，棒２に流れる電流 I_0 を求めよ。

(2)　棒１の速度が u，棒２の速度が v である時，棒１に働く力 F_1，棒２に働く力 F_2 を求めよ。

Ⅱ　棒１が導体P，Q上，棒２が導体P′，Q′上にあるとして以下の問に答えよ。

(1)　棒１の速度が u，棒２の速度が v である時，棒２に流れる電流 I を求めよ。

(2)　Ⅱ(1)の状況で，Pの電位はP′の電位よりどれだけ高いか。

Ⅲ　ある時刻において棒１，２は同じ正の速度を持ち，棒２はP，Qの右端，棒１はそれより左にあったとする。その後棒１，２は間隔を一定に保ったまま右へ進んでいった。二つの棒の間隔が絶縁体の長さより大きいとすると，次の四つの状況が順次起こる。

(a)　棒１はP，Q上で棒２は絶縁体上

(b)　棒１はP，Q上で棒２はP′，Q′上

(c)　棒１は絶縁体上で棒２はP′，Q′上

(d)　棒１，棒２ともにP′，Q′上

それぞれの場合に，棒１の速度（棒２の速度に等しい）はどうなるか。以下の(ア)，(イ)，(ウ)のいずれかを選んで答えよ。

(ア)　加速する　　(イ)　減速する　　(ウ)　変わらない

＜ Note ＞

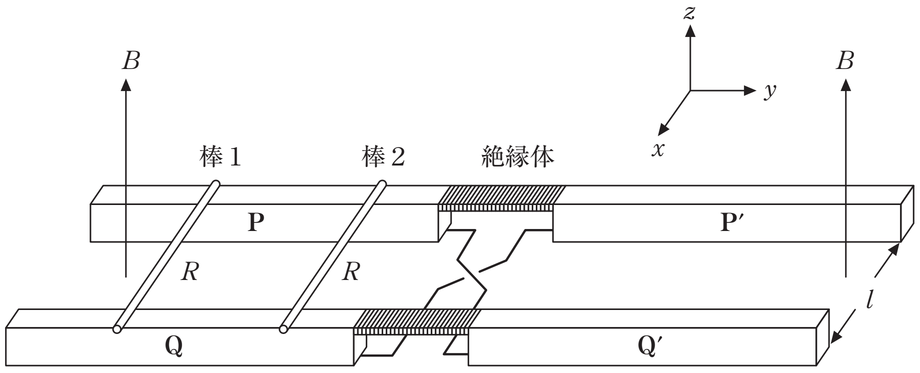


図１

＜ Note ＞

第６講　電磁誘導・荷電粒子の運動（電磁気学）

1（解答用紙２）

図１に示すように，環状の鉄心に巻き数 n_1 のコイル１と巻き数 n_2 のコイル２が巻かれている。これらのコイルの電気抵抗は無視できるほど小さく，コイル１は抵抗 R_1 と任意の電圧 E を発生できる電源に接続され，一方コイル２は抵抗 R_2 とスイッチＳに接続されている。これらのコイルに電流を流したとき，磁束は鉄心内にのみ発生し，鉄心外への漏れは無視できるものとする。そのとき鉄心内の磁束 Φ と，コイル１の電流 I_1 およびコイル２の電流 I_2 との間には，以下の式(ア)が成り立つものとする。

$$\Phi = k(n_1I_1 + n_2I_2) \qquad \text{式(ア)}$$

ここで，磁束 Φ と電流 I_1 および I_2 の向きは図中の矢印の向きを正とし，係数 k は鉄心の形状や透磁率によって決まる定数とする。

また，微小時間 Δt の間にこの鉄心内の磁束が $\Delta\Phi$ だけ増加したとき，Δt と $\Delta\Phi$ およびコイル１の電圧 V_1 との間には以下の式(イ)が成り立つ。

$$V_1 = n_1\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \qquad \text{式(イ)}$$

ここで，電源の電圧 E，コイル１の電圧 V_1，コイル２の電圧 V_2 は，それぞれ a 点，b 点，c 点を基準としたときの aa′間，bb′間，cc′間の電位差と定義する。

時刻 $t=0$ では，いずれのコイルにも電流は流れていないものとして，以下の問Ⅰ，Ⅱに答えよ。

Ⅰ　スイッチＳが開いている状態のとき，コイル１の電圧 V_1 が図２に示す電圧波形（V_1 は $0<t<T$ のとき一定値 V_0 をとり，その他の時刻では０をとる）となるように，電源の電圧 E を変化させた。

(1)　時刻 t が $0<t<T$ のとき，コイル１の電流 I_1 は正負どちらの向きに増加するか。また，その理由を簡潔に述べよ。

(2)　時刻 $t=T$ における鉄心内の磁束 Φ を求めよ。

(3)　式(ア)を用いて，時刻 $t=T$ におけるコイル１の電流 I_1 を求めよ。

(4)　以下のそれぞれの場合について電源の電圧 E を求めよ。

(a)　時刻 t が $0<t<T$ の場合

(b)　時刻 t が $T<t$ の場合

Ⅱ　次にスイッチＳが閉じられている場合を考える。問Ⅰと同様に，コイル１の電圧 V_1 が図２に示す電圧波形となるように，電源の電圧 E を変化させた。

(1)　時刻 $t=T$ における鉄心内の磁束 Φ を求めよ。

(2)　時刻 t が $0<t<T$ のとき，両コイルの両端に発生する電圧の大きさの比，$|V_1|/|V_2|$ を求めよ。また c 点と c′点とでは，どちらの電位が高くなるかを答えよ。

(3)　時刻 t が $0<t<T$ のとき，コイル１の電流 I_1 を求めよ。

< Note >

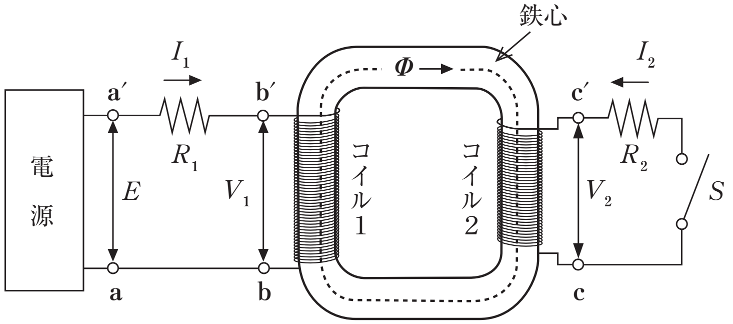


図１

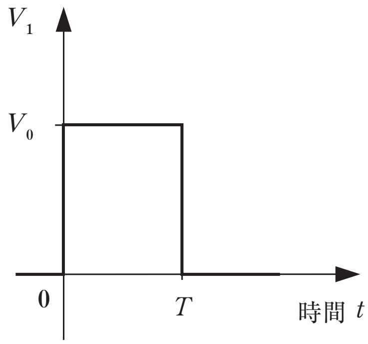


図２

< Note >

2 （解答用紙２）

磁界および電界の影響を受け，xy 平面上を運動する電荷を持った粒子(荷電粒子)を考える。図１のように，領域 $y>0$ と領域 $y<-l$ では磁束密度 B の一様な磁界が xy 平面に垂直に(紙面裏から表の向きに)かかっており，$-l<y<0$ の領域では一様な電界 E が $+y$ 方向にかかっている。xy 平面内で原点から $+y$ 方向に速さ v ($v>0$)で荷電粒子が打ち出される。荷電粒子の質量を m，電荷を q ($q>0$)とし，重力の影響は無視して良い。以下では MKSA 単位系を用いる。

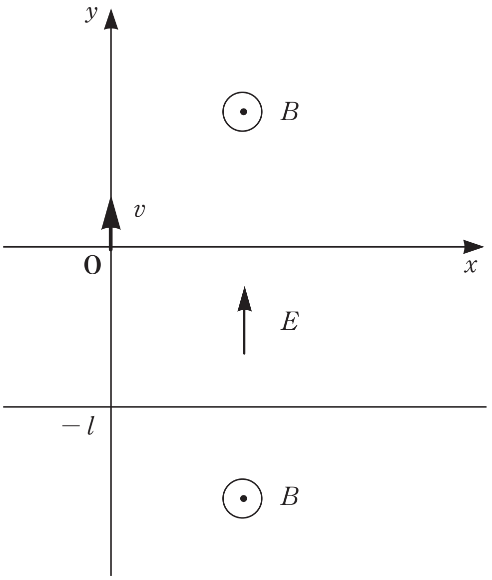


図１

Ⅰ　荷電粒子が最初に x 軸を通過するまでの時間を求めよ。

Ⅱ　荷電粒子が最初に x 軸を通過する点と原点との距離を求めよ。

Ⅲ　荷電粒子の運動は初速度の大きさ v によって２種類の軌道をとる。この２種類の軌道の概形を示せ。

Ⅳ　Ⅲにおける２種類の軌道を分ける初速度の大きさ v_0 を求めよ。

Ⅴ　Ⅲの２種類の軌道それぞれについて，荷電粒子が最初に x 軸を通過してから２度目に x 軸を通過するまでの時間を求めよ。

Ⅵ　Ⅲの２種類の軌道それぞれについて，x 方向の平均速度を求めよ。

＜ Note ＞

第６講　確認テスト

1　（解答用紙２）

図１(a)のように，導体でできた中空の円筒を鉛直に立て，その中に円柱形の磁石をＮ極が常に上になるようにしてそっと落したら，やがてある一定の速さで落下した。これは，磁石が円筒中を通過するとき，電磁誘導によりその周りの導体に電流が流れるためである。磁石の落下速度がどのように決まるかを理解するために，導体の円筒を，図１(b)のように，等間隔で積み上げられたたくさんの閉じた導体リングで置き換えて考えてみる。以下の問に答えよ。

Ⅰ　まず，図２のように，１つのリングだけが水平に固定されておかれており，そのリングの中心を磁石が一定の速さ v で下向きに通り抜ける場合を考える。z 座標を，リングの中心を原点として，鉛直上向きが正になるようにとる。磁石は z 軸に沿って，z 軸の負の向きに運動することに注意せよ。

(1)　磁石がリングに近づくときと遠ざかるとき，それぞれにおいて，リングに流れる電流の向きと，その誘導電流が磁石に及ぼす力の向きを答えよ。電流の向きは上向きに進む右ねじが回転する向きを正とし，正負によって表せ。

(2)　磁石の中心の座標が z にあるとき，$z=0$ に置かれたリングを貫く磁束 $\Phi(z)$ を，図３のように台形関数で近似する。すなわち磁束は，区間 $-b \leqq z \leqq -a$ で０から最大値 Φ_0 に一定の割合で増加し，区間 $a \leqq z \leqq b$ で最大値 Φ_0 から再び０に一定の割合で減少するとする。ここで磁束の正の向きを上向きにとった。磁石が通過する前後に，このリングに一時的に誘導起電力が現れる。その大きさを Φ_0，v，a，b を用いて表せ。

(3)　リング一周の抵抗を R としたとき，誘導起電力によって流れる電流の時間変化 $I(t)$ のグラフを描け。リングに電流が流れ始める時刻を時間 t の原点にとり，電流の正負と大きさ，電流が変化する時刻も明記せよ。ただし，リングの自己インダクタンスは無視してよい。

Ⅱ　次に，図１(b)のように，鉛直方向に問Ⅰで考えたリングを密に積み上げ，その中を問Ⅰと同じ磁石が落下する場合を考える。鉛直方向の単位長さあたりのリングの数を n とする。

(1)　リングに電流が流れるとジュール熱が発生する。磁石が速さ v で落下するとき，積み上げられたリング全体から単位時間当たりに発生するジュール熱を求めよ。

(2)　磁石の質量を M，重力加速度を g としたとき，エネルギーの保存則を用いると磁石が一定の速さで落下することがわかる。その速さ v を求めよ。ただし，このとき空気の抵抗は無視できるものとする。

Ⅲ　図１(a)で，磁石のＮ極とＳ極を逆にして実験を行うと，磁石はどのような運動を行うか。その理由も示せ。

＜ Note ＞

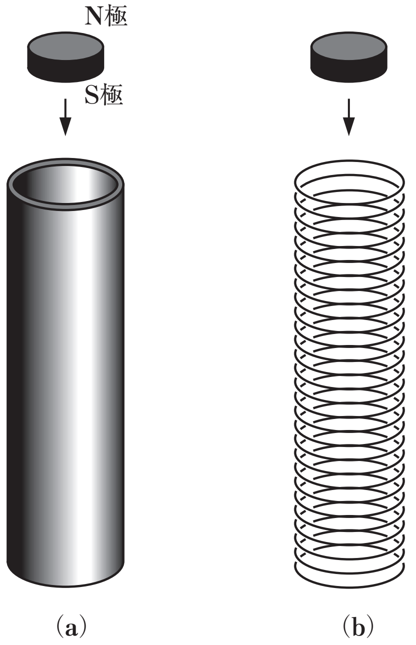


図１

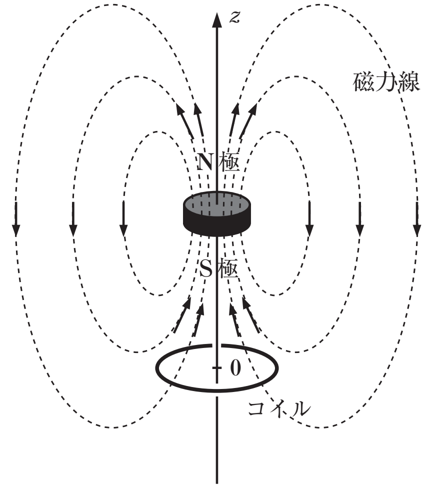


図２

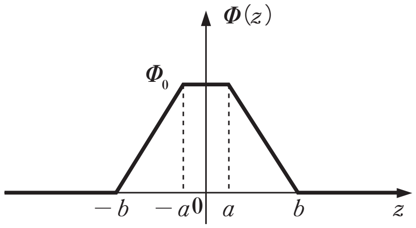


図３

＜ Note ＞

第７講　ホイヘンスの原理と波の伝播（波動）

1　（解答用紙３）

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの各問に答えよ。なお，角度の単位はラジアンとする。

Ⅰ　図１のように，超音波発振器を用いて平面波に近い超音波を板Ａに入射する（板中の直線は波面を表す）。振動数を変化させながら縦波の超音波を板面に垂直に入射したところ，振動数が f_0 の整数倍になるごとに板が共振した。板Ａの厚さを h_A，板Ａ内を伝わる縦波の超音波の速さを V_A とする。また，板の両面は自由端とする。

(1)　f_0 を h_A，V_A を用いて表せ。

(2)　$V_A = 5.0\times10^3$ m/s のとき，振動数 2.0×10^6 Hz と 3.0×10^6 Hz の両方で共振が起こった。h_A の最小値を求めよ。

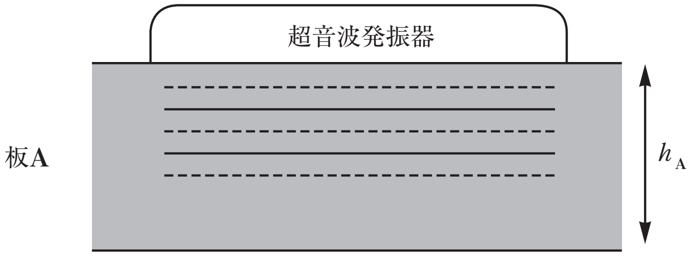


図１

＜ Note ＞

Ⅱ　固体中では縦波と横波の両方が存在する。縦波と横波は速さが異なり，縦波のほうが k 倍 $(k>1)$ 速い。図２のように板Ａと，それとは材質の異なる板Ｂを貼り合わせ，２層構造を持つ板を作製した。板Ｂ内を伝わる縦波の速さを V_B とし，$\dfrac{V_B}{k}>V_A$ とする。また，k の値は物質の種類によらないとする。

板Ａの表面上の点Ｏから，図２のように板Ａ内を角度 $\alpha\left(0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\right)$ で伝わる縦波を入射した。すると，境界面で縦波の反射波，屈折波のみならず，横波の反射波と屈折波も発生した。反射角は，縦波と横波についてそれぞれ θ と θ' であった。屈折角は，縦波と横波についてそれぞれ ϕ と ϕ' であった。

(1)　縦波の反射角 θ が入射角 α と等しくなることをホイヘンスの原理に基づいて考える。図３中の記号Ｐ，Ｑ，Ｒ，Ｓを用いて，［　　］を埋めよ。

> 図３において，PQ に平行な波面を持つ入射波が速さ V_A で進んでいる。波面上の２点がそれぞれＰ，Ｑを通過してから時間 T 後，Ｑを通過した側が境界上の点Ｓに達したとする。このとき，Ｐから発せられた素元波が時間 T 後になす半円に対してＳから引いた接線 RS が反射波の波面となる。△PQS と △SRP において，$\angle PQS=\angle SRP=\dfrac{\pi}{2}$，［ ア ］＝［ イ ］$=V_AT$，PS＝SP（共通）であるから △PQS と △SRP は合同である。また，△PQS は ∠PQS を直角とする直角三角形であるから，$\alpha=\angle$［ ウ ］。同様に，△SRP は ∠SRP を直角とする直角三角形であるから，$\theta=\angle$［ エ ］。ゆえに，$\alpha=\theta$ である。

(2)　横波の反射角 θ' について，$\sin\theta'$ を求めよ。

(3)　縦波の屈折角 ϕ，横波の屈折角 ϕ' について，$\sin\phi$ と $\sin\phi'$ を求めよ。

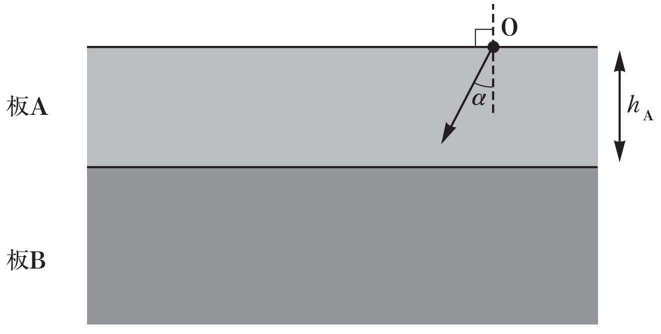


図２

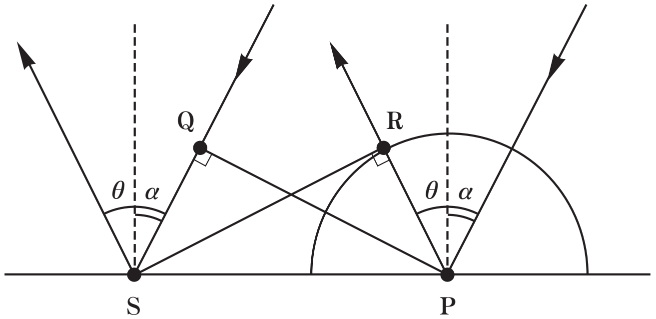


図３

＜ Note ＞

Ⅲ　Ⅱで作製した２層構造を持つ板の境界面から深さ h の位置に異物Ｘが存在している。図４のように，Ｏより超音波を入射してから異物表面での反射波がＯに戻ってくるまでの時間を t とする。t の測定値から h を求める方法を考えよう。

⑴　まず，入射角 α を調整し，板Ｂ中を伝わる屈折波が横波だけとなるようにしたい。$\sin\alpha$ の満たすべき条件を求めよ。

⑵　⑴の条件を満たすある入射角 α でＯから縦波を入射したところ，境界上の点Ｙで横波が屈折角 ϕ' で板Ｂ中に入射しＸに到達した。その後，同じ経路をたどって反射波がＯに戻ってきた。t を k，h，h_A，V_A，V_B，α，ϕ' を用いて表せ。ただしＸの大きさは無視せよ。

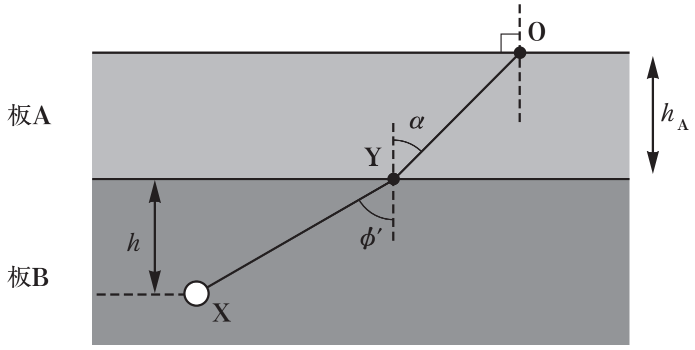


図４

< Note >

2　（解答用紙３）

　図１のように xy 平面に広がる水面が，x 軸を境界として水深が異なる２つの領域に分かれている。領域Ａ $(y>0)$ における波の速さを V, 領域Ｂ $(y<0)$ における波の速さを $\dfrac{V}{2}$ とする。簡単のため，波の反射と屈折は境界で起こり，反射する際に波の位相は変化しないと仮定して，以下の設問に答えよ。

Ⅰ　図１のように，領域Ａの座標 $(0,\ d)$ の点Ｐに波源を置く。波源は一定の周期で振動し，まわりの水面に同心円状の波を広げる。

⑴　領域Ａにおけるこの波の波長を $\dfrac{d}{2}$ とする。その波の振動数を，V，d を用いて表せ。また，同じ波源が領域Ｂにある場合，そこから出る波の波長を求めよ。

⑵　波長に比べて水深が十分に小さい場合，波の速さ v は重力加速度の大きさ g と水深 h を用いて $v=g^a h^b$ と表される。ここで a，b は定数である。両辺の単位を比較することにより a，b を求めよ。これを用いて領域Ａの水深は領域Ｂの水深の何倍か求めよ。

⑶　図２のように，波源Ｐから出た波が境界上の点Ｑで反射した後，座標 $(x,\ y)$ の点Ｒに伝わる場合を考える。点Ｑの位置は反射の法則により定まる。このとき，距離 $\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QR}}$ を，x，y，d を用いて表せ。

⑷　直線 $y=d$ 上の座標 $(x,\ d)$ の点で，波源から直接伝わる波と境界からの反射波が弱め合う条件を，x，d と整数 n を用いて表せ。また，そのような点は直線 $y=d$ 上に何個あるか。

⑸　領域Ｂにおいて波源と同じ位相を持つ波面のうち，原点Ｏから見て最も内側のものを考える。図３のように，その波面と x 軸 $(x>0)$ との交点をＴ，y 軸との交点をＳとし，点Ｔにおける屈折角を θ とする。点Ｓ，Ｔの座標と $\sin\theta$ を求めよ。

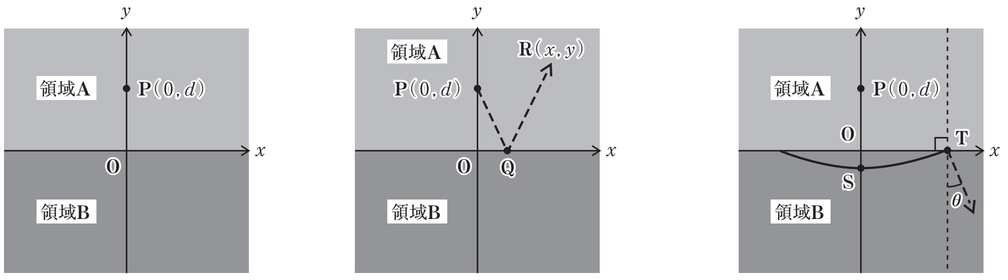


図１　　図２　　図３

＜ Note ＞

Ⅱ　設問Ⅰと同じ振動数の波源が一定の速さで動いている場合について，以下の設問に答えよ。

(1)　波源が領域Aの y 軸上を正の向きに速さ $u\left(u<\dfrac{V}{2}\right)$ で動いている場合を考える。波源の位置で観測される反射波の振動数を，V，u，d を用いて表せ。また，領域Bの y 軸上を負の向きに一定の速さ $w\left(w<\dfrac{V}{2}\right)$ で動く点で観測される波の振動数を，V，u，w，d を用いて表せ。

(2)　次に，波源が領域Aの直線 $y=d$ 上を右向きに速さ $u\left(u<\dfrac{V}{2}\right)$ で動いている場合を考える。波源から出た波が境界で反射して波源に戻るまでの時間を，V，u，d を用いて表せ。

(3)　設問Ⅱ(2)の設定で，波源における波と境界で反射して波源に戻った波が逆位相になる条件を，u，V と整数 m を用いて表せ。さらに，この条件を満たす u をすべて求めよ。

< Note >

第７講　確認テスト

（解答用紙３）

図１に示すように，広い水槽に水が張られており，水槽のまっすぐな縁の近くに振動数 f で振動している波源Ｓがある。図のように座標をとり，波源Ｓの位置を $(0,\ h)$ とする。ただし，h の値は水面波の波長より大きい。また，水面波の速さを c とする。

Ⅰ　波源から水面波が同心円状に広がり，水槽の縁で反射する。このとき，直接波と反射波が干渉し，強めあうところ(腹)と弱めあうところ(節)ができる。そのときの，節を連ねた曲線(節線)の形状を知りたい。

(1)　まず原点Ｏ $(0,\ 0)$ での水面の振動の様子を観測したところ，腹であった。そこから y 軸に沿って正の方向に観測点を移してゆくと，位置 $(0,\ d)$ で初めて節が見つかった。d を求めよ。

(2)　観測点が任意の位置Ｐ $(x,\ y)$（ただし $y>0$）にある場合，直接波と反射波がそれぞれＳからＰに至るまでの経路の長さを求めよ。

(3)　(2)の結果と経路に含まれる波の数を考えて，観測点Ｐ $(x,\ y)$ が節になる条件式を d を用いて表せ。

(4)　反射波の波面は，水槽の外の点 S′ に存在する仮想的な波源がつくる直接波の波面と同等であると考えることができる。そのときの S′ の座標を求めよ。

(5)　$h=5d$ の場合，原点Ｏと波源Ｓの間の y 軸上で，２つの節が見つかった。この場合の２本の節線の概形を図示せよ。

Ⅱ　次に図２に示すように，水が x 軸の正の方向に速さ V で一様に流れている。波源Ｓの位置は変わらない。この場合の，節の位置を探したい。ただし，$V<c$ とする。

(1)　波の速度は，水流がない場合の波の速度(大きさ c)と水流の速度(大きさ V)の合成速度になる。波源Ｓを出て原点Ｏに至る波の速さと波長を求めよ。また原点で観測される波の振動数を求めよ。

(2)　Ⅰ(1)と同様に，原点から出発して観測点を移してゆくと，位置 $(0,\ d')$ で初めて節が見つかった。d' を求めよ。

＜ Note ＞

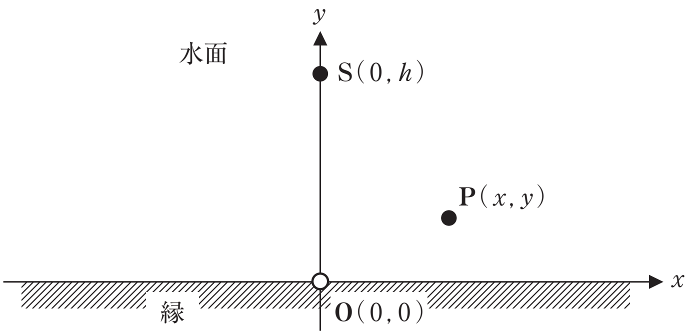


図１

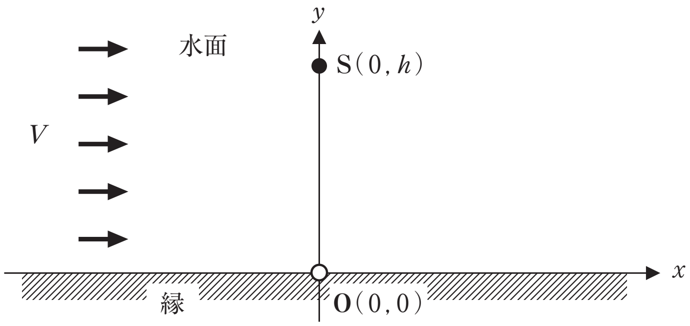


図２

＜ Note ＞

第８講　波とエネルギー（波動）

1　（解答用紙３）

図１のように，外洋と港が直線状の防波堤によって隔てられ，平面波が外洋から打ち寄せている。この平面波の振幅および波長は一定で，波面は防波堤と平行である。防波堤には，船の出入りのため開口部が設けられており，その幅 h は，波の波長と大差ない程度の範囲で，変えることができる。波の速さは外洋でも港でも同じであり，防波堤や岸壁による波の反射は無視できるとして，以下の設問に答えよ。

Ⅰ　波は開口部を通して図１のように港に入り，防波堤のかげに回り込む。このような現象は何と呼ばれるか。またそれは，波に関するどのような原理または性質により説明されるか。

Ⅱ　開口部の中心から岸壁に向かって，防波堤と垂直に距離 r だけ離れた点Ｃを考える。r が h よりかなり大きい場合には，Ｃ点での波の振幅 a は開口部の幅 h に比例する。なぜそうなるか，理由を簡単に述べよ。

港に入った波は，開口部から十分に遠くでは，開口部の中心を頂点とする，頂角 θ の扇形に広がると近似できる。また一般に，波面に沿う長さ L の区間を通過する波のエネルギーは，波の振幅が波面に沿って一定であるとき，波の振幅の２乗と L とに比例する。このことを知って，ひきつづき以下の設問に答えよ。

Ⅲ　港に入りこんだ波の振幅は，頂角 θ があまり大きくない限り，円弧 C′CC″ に沿ってほぼ一定で，その外側では０になると近似できる。また，波のエネルギーは保存されるので，円弧 C′CC″ を通過する波のエネルギーは，開口部を通して港に入りこむ波のエネルギーに等しい。これらのことと設問Ⅱから，開口部の幅 h を変えたとき，頂角 θ が h の何乗に比例して変わるか，理由をつけて述べよ。

Ⅳ　Ｃ点を防波堤から岸壁に向けてしだいに遠ざけていくとき，そこでの波の振幅 a は，距離 r の何乗に比例して変わるか。理由をつけて述べよ。

< Note >

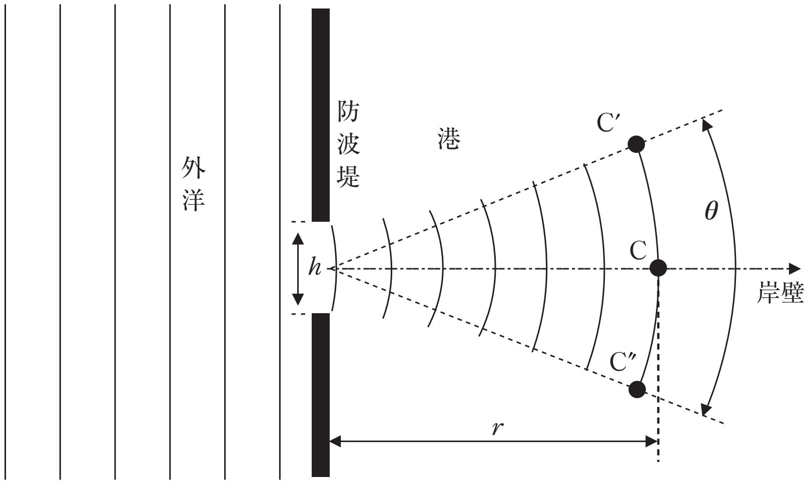


図１

＜ Note ＞

2 （解答用紙３）

暗箱に小さな円形の穴（ピンホール）を開け，これを通して外部の物体をスクリーン上に投影する図１のような装置をピンホールカメラと呼ぶ。実際には物体の一点から出た光がピンホールを通ってスクリーンに達するとき，次の二つの要因によってボケが生じる。

A. 点光源から出た光が直進し，スクリーン上に写しだすピンホールの大きさ：w_1

B. 回折による光の広がり：w_2

この結果，点光源はスクリーン上において大きさ(w_1+w_2)の像をつくると考えよう（図２)。この光の像が小さいほどボケは少なくカメラの性能（分解能）は良い。この二つの光の広がりを以下の考察にしたがって導き，最も分解能の良いピンホールカメラを設計しよう。

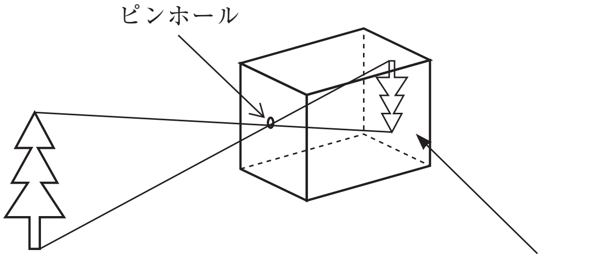


図１

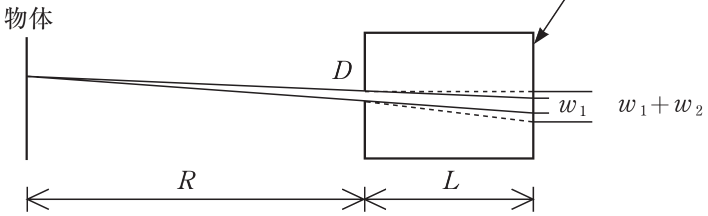


図２

Ⅰ　図２のように物体とピンホールの距離を R，ピンホールとスクリーンの距離を L，ピンホールの直径を D としたときの w_1 を求めよ。

Ⅱ　考察を容易にするために，直径 D のピンホールを通った光の回折広がりは幅 D の単スリットを通った平行光線の回折広がりと等しいとする。これを以下のように求めよう。

(1)　単スリットによる光の回折を求めるために，まずよく知られた複スリットによる光の回折を考察する。図３のように左方から波長 λ の平行光が，距離 $2d$ だけ離れた十分幅の狭い二つのスリット S_1，S_2 に垂直に入射し，スリットから距離 L 離れたスクリーンに干渉縞をつくる。図３のようにスクリーン上に座標軸 x をとり，スクリーン上にできる干渉縞の暗い部分の位置を $x=a$ としたとき，λ，d，L，a が満たすべき条件を求めよ。

(2)　図４のように複スリットを幅 D の単スリットに置き換える。単スリットを通過した光は回折のためスリット幅よりも広がり，スクリーン上で図５のような干渉縞をつくることが知られている。この光の広がりを以下の考え方にしたがって求めよう。

＜ Note ＞

図６のようにスリットをS_1O，およびOS_2の長さの等しい二つの部分にわけ，それぞれを通る光の光路を各部分の中点M_1，M_2を通る光線の光路で代表させる。すなわち図５の干渉縞は，M_1，M_2を通過する光の干渉によって現れると考える。スクリーン上において$x=0$の上下で最初に暗くなる位置をx_1，x_2とすると光の広がりΔxは，$\Delta x=|x_1-x_2|$と近似してよい。Δxを求めよ。D, λはLに比べ十分に小さいものとする。このとき次の近似式を用いてよい。

$|\alpha|\ll 1$のとき，$\sqrt{1+\alpha}=1+\dfrac{1}{2}\alpha$

Ⅲ　$w_2=\Delta x$と考えて，スクリーン上における点光源の像の大きさ(w_1+w_2)を求め，これがピンホールの直径Dによって変化する様子を示すグラフをかけ。次に像の大きさを最小にするピンホールの直径D_0を，R，L，λを用いて表せ。

Ⅳ　$L=0.1\text{m}$のピンホールカメラで$R=0.9\text{m}$の位置に置かれた大きさ0.1mの人形を撮影したい。光の波長が$\lambda=5\times10^{-7}\text{m}$のとき以下の問に答えよ。

(1)　このとき像のボケの大きさを最小にするピンホールの直径D_0の値を求めよ。

(2)　スクリーン上での像の大きさを求めよ。また$D=D_0$のとき，像のボケの大きさ(w_1+w_2)はいくらになるか。

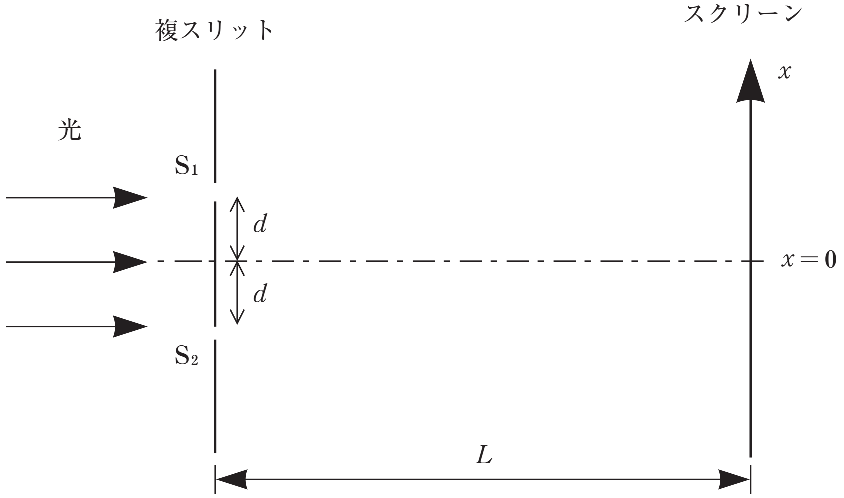


図３

＜ Note ＞

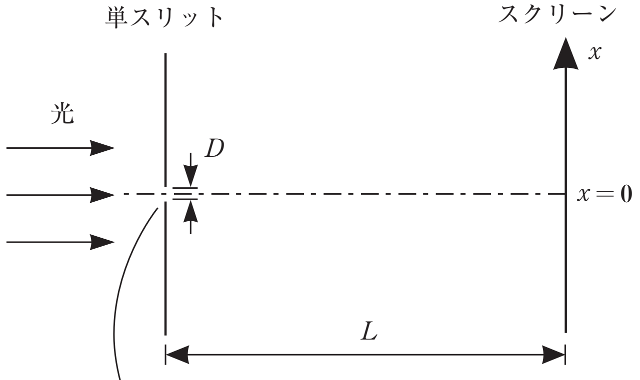


図４

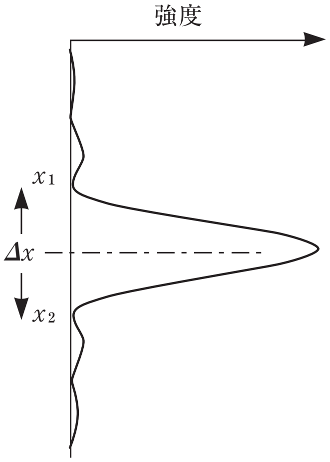


図５

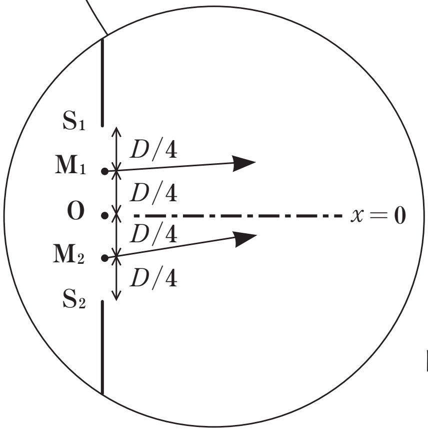


図６　スリット部分の拡大図

< Note >

第８講　確認テスト

1　（解答用紙３）

図１(a)のように yz 平面上に設置した等間隔ではない多数の同心円状の細いスリットを用いると，x 軸に平行に入射した光の回折光を図１(b)のように集めて収束させることができる。以下では問題を簡単にするため，同心円状のスリットを図１(c)に示すような直線状の細い平行なスリットで置き換えて，その原理を考えよう。以下の設問に答えよ。

図２に示すように，x 軸上の原点Oを通り x 軸に垂直な面Aと，面Aから距離 d だけ離れたスクリーンBを考える。y 方向(紙面に垂直)に伸びた細いスリット S_0，S_1，S_2，…を面A上の $z=z_0$，z_1，z_2，…（$0<z_0<z_1<z_2\cdots$）の位置に配置する。波長 λ の光が，面Aの左側から x 軸に平行に入射し，スリットを通過してスクリーンBに到達する。まず，スリット S_0, S_1 のみを残し，他のスリットを全てふさいだところ，スクリーンB上に干渉縞が生じた。

(1)　スクリーンB上で $z=\dfrac{z_0+z_1}{2}$ の位置Tにできるのは明線であるか暗線であるか。また，その理由を簡潔に述べよ。

(2)　スクリーンB上で，この位置Tより下方(z のより小さい方)に最初に現れる明線を，スリット S_0, S_1 に対する１次の回折光と呼ぶ。１次の回折光が, $z=0$ の位置Rにあった。z_0，z_1 は d より十分に小さいものとして，d を λ，z_0，z_1 を用いて表せ。必要ならば，近似式 $\sqrt{1+\delta}\fallingdotseq 1+\dfrac{1}{2}\delta$ ($|\delta|$ は１より十分に小さいものとする)を用いてよい。

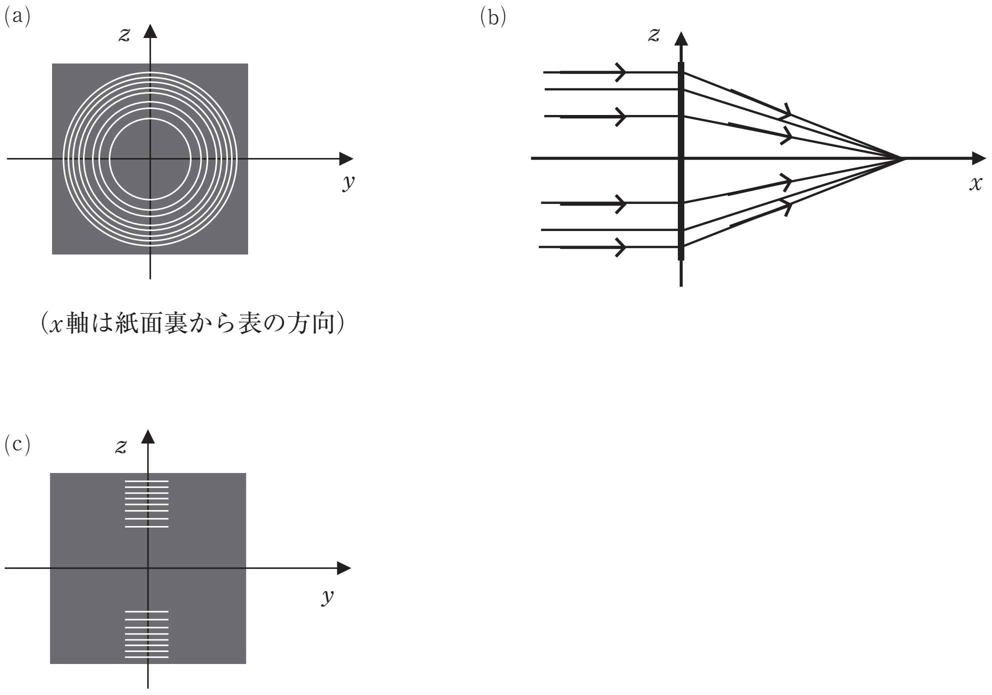


図１

＜ Note ＞

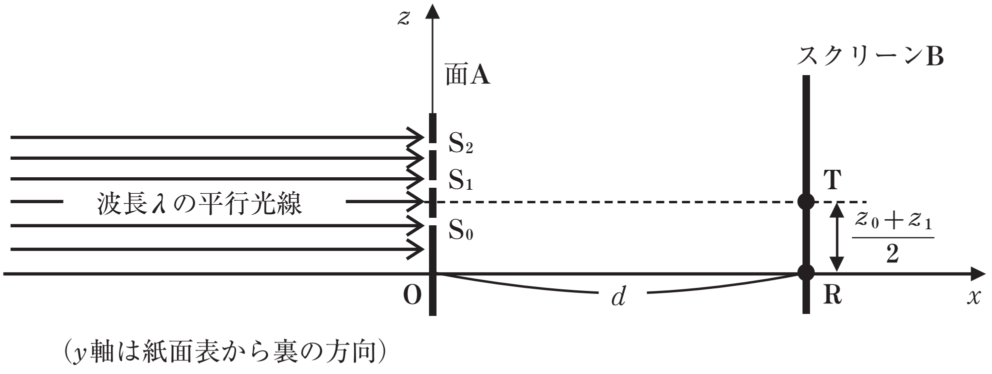


図２

次に，$z>0$ の領域にある合計 N 本の多数のスリットすべてを用いる場合を考える。すべての隣りあうスリットの組 S_n と S_{n+1} ($n=0$，1，2，…)について，それらの１次の回折光がRに現れるためには，その方向が n とともに少しずつ変わるようにスリットを配置する必要がある。このように面Aに N 本のスリットを設置したところ，Rに鮮明な明線が現れた。

(3)　このとき n 番目のスリットの位置 z_n は n のどのような関数になっているか。z_n を z_0，n，d，λ を用いて表せ。

(4)　スクリーンBを x 軸に沿って左右に動かすと，他にも $z=0$ に明線が現れる位置があった。それらの x 座標をRに近い順に２つ答えよ。

(5)　左側から平行光線を入射する代わりに，図３に示すように x 軸上の原点Oから距離 a の点Pに波長 λ の点光源を置き，スクリーンBを x 軸に沿って左右に動かすと，$z=0$ に明線が現れる位置R′があった。その x 座標 b を，λ を含まない式で表せ。ただし，$z=z_0$，z_1，z_2，…は a，b より十分に小さく，$a>d$ かつ $b>d$ であるとする。

(6)　図４は，設問(5)の状況において，R′近傍に現れる明線の光の強度分布を z の関数として示したものである。ただし，光の強度とは単位時間あたりに単位面積に到達する光のエネルギーである。図１(c)のように，$z<0$ の領域にも $z>0$ の領域と対称にスリットを配置して，スリットの総数を２倍にした。このとき，明線の強度や幅が変化した。以下の文中の[　　]内に入るべき適当な整数もしくは分数を答えよ。

スリットの総数が２倍になったので，点R′における光の波(電磁波)の振幅は[ア]倍になる。光の強度は光の波の振幅の２乗に比例することが知られているので，点R′での光の強度は[ア]の２乗倍になる。一方，明線内に単位時間に到達する光のエネルギーは[イ]倍になるはずである。このことから，スリット数を２倍に増やすと明線の z 方向の幅は，約[ウ]倍となると考えられる。

＜ Note ＞

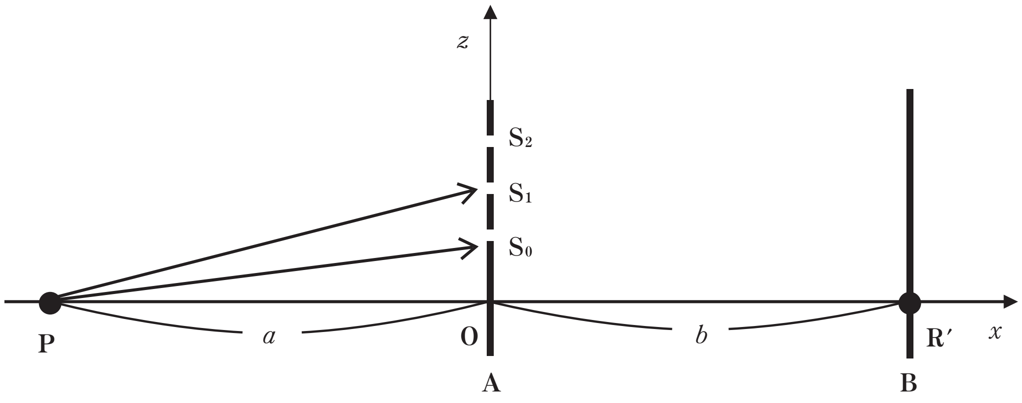


図３

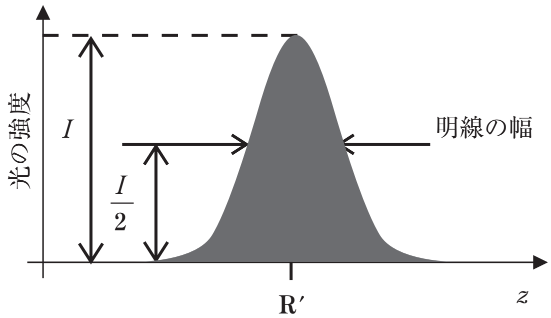


図４

＜ Note ＞

第９講　熱力学

1 （解答用紙３）

図１のように，断面積 S のシリンダーが水平な床に固定されている。シリンダー内にはなめらかに動くピストンが２つあり，それらは必要に応じてストッパーで止めることができる。左側のピストン１には，ばね定数 k のばねがつけられ，ばねの他端は壁に固定されている。また，小さな弁のついた右側のピストン２により，シリンダー内は領域Ａ，Ｂに仕切られている。Ａ，Ｂ内には，それぞれヒーター１，２が封入されている。最初，ばねは自然の長さにあり，ピストン１は静止していた。領域Ａの長さは L で，温度 T_0 の単原子分子理想気体が封入されている。一方，長さ L の領域Ｂ内は真空であり，ピストン２はストッパーにより固定され，弁は閉じられている。シリンダーの外側の気体の圧力は，P_0 で一定に保たれている。シリンダー，ピストン，弁はすべて断熱材で作られ，また，ヒーターとストッパー，弁の部分の体積は無視できるものとする。以下の設問に答えよ。最初，ヒーター１，２は作動していない。

Ⅰ　図１の状態から，ヒーター１によりＡ内の気体をゆっくりと加熱すると，図２のようにピストン１は $\frac{L}{2}$ だけ左側に移動してちょうどその位置で止まった。このときのＡ内の気体の圧力は P_1，温度は T_1 であった。

(1)　P_1，T_1 を P_0，S，k，L，T_0 のうち必要なものを用いて表せ。

(2)　この過程におけるＡ内の気体の内部エネルギーの変化を，P_0，S，k，L を用いて表せ。

(3)　この過程でヒーター１が気体に与えた熱量 Q_0 を，P_0，S，k，L を用いて表せ。

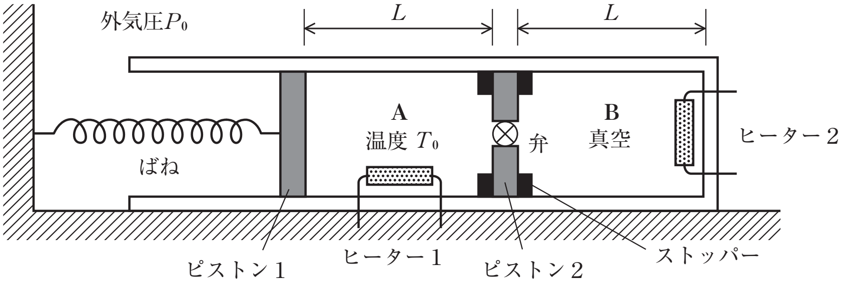


図１

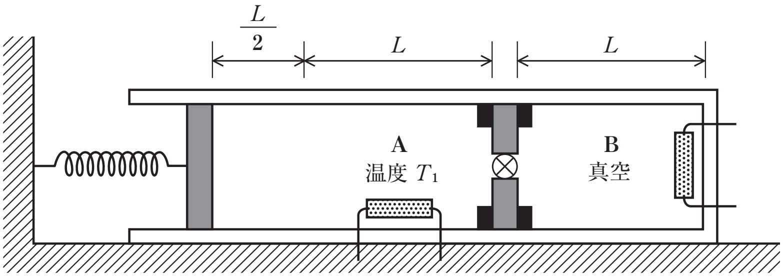


図２

＜ Note ＞

Ⅱ　図２の状態から，A 内のヒーター１を取りはずし，ストッパーでピストン１が右側に動かないようにした。その後，ピストン２の弁を開いたところ，十分に時間が経過した後の A，B 内の気体の温度と圧力は等しくなった(図 3)。この状態を X とする。X における気体の温度 T_2 を，T_1 を用いて表せ。また，X における気体の圧力 P_2 を，P_1 を用いて表せ。

Ⅲ　状態 X から，A，B 内の気体をヒーター２でゆっくりと加熱したところ，ピストン１がストッパーから離れて左側に動き始めた。状態 X からピストン１が動き始めるまでに，ヒーター２が気体に与えた熱量 Q_1 を，P_1，S，L を用いて表せ。

Ⅳ　状態 X から，ピストン２のストッパーによる固定をはずし，弁を閉めた。その後，B 内の気体をヒーター２でゆっくりと加熱したところピストン２は左側に移動し，図４のように領域 A の長さが L_A となったところでピストン１がストッパーから離れて左側に動き始めた。

(1)　状態 X からピストン１が動き始めるまでの過程における A，B 内の気体の内部エネルギーの変化を，それぞれ ΔU_A，ΔU_B とする。$\Delta U_A+\Delta U_B$ を，P_1，S，L，L_A のうち必要なものを用いて表せ。

(2)　この過程で，ヒーター２が B 内の気体に与えた熱量を Q_2 とする。このとき，Q_2 と設問Ⅲの Q_1 との関係を記せ。

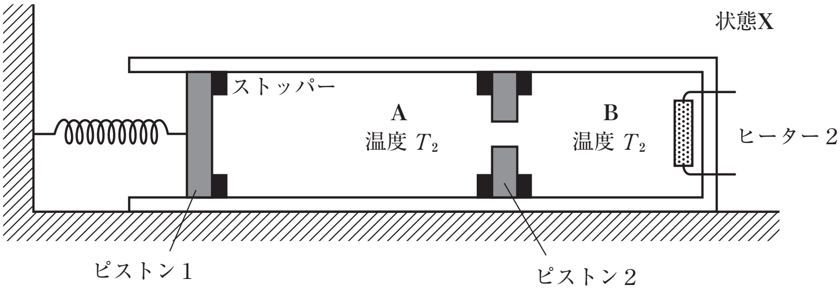


図３

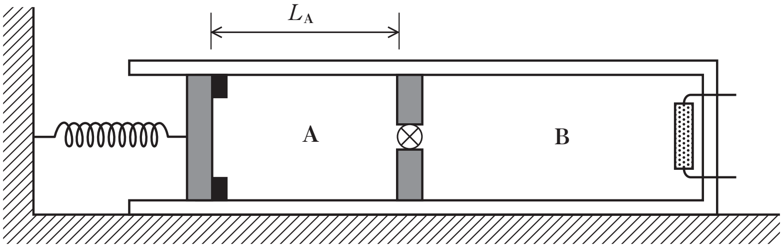


図４

＜ Note ＞

2 （解答用紙３）

図１のように下端の開口部から水が自由に出入りできる筒状容器の上部に質量の無視できる単原子分子の理想気体１モル，下部には水が満たされている。容器の質量は m，底面積は S であり，その厚さは無視できる。容器は傾かずに鉛直方向にのみ変位する。容器外の水面における気圧を P とする。水の密度 ρ は一様であるとし，気体定数を R，重力加速度の大きさを g とする。以下の設問に答えよ。ただし，物体の受ける浮力の大きさは，排除した水の体積 V を用いて ρVg と表され，深さ h での水圧は $P+\rho gh$ で与えられる。

Ⅰ　図１のように容器の上部が水面から浮き出ている場合を考える。

(1)　容器が静止しているとき，容器内の水位と外部の水位の差 d（図１)を求めよ。

(2)　設問Ⅰ(1)の状態から容器をひき上げて水位が容器の内と外で同じになるようにした。このとき気体の体積はもとの体積の r 倍であった。r を ρ，d，g，P を用いて表せ。ただし，気体の温度変化はないものとする。

Ⅱ　図１の状態において気体の温度は T であった。これを加熱したところ，容器は水面に浮いたままゆっくりと上昇し，気体の体積は $\dfrac{6}{5}$ 倍になった。

(1)　この過程において気体がした仕事 W を R，T を用いて表せ。

(2)　この過程において気体が吸収した熱量 Q を R，T を用いて表せ。

Ⅲ　図２のように容器全体が水中にある場合を考える。

(1)　容器に働く合力が０となるつり合いの位置の深さ h（図２)を求めよ。
ただし，気体の温度を T とし，$\dfrac{\rho RT}{mP}$ は１より大きいとする。

(2)　設問Ⅲ(1)のつり合いの位置に容器を固定したまま水面を加圧して P の値を大きくし，その後容器の固定をはずした。加圧前と比べてつり合いの位置はどうなるか。また固定をはずしたあとの容器の動きはどうなるか。以下から最も適当なものを選べ。

ア．つり合いの位置は深くなる。容器は上昇する。
イ．つり合いの位置は深くなる。容器は下降する。
ウ．つり合いの位置は浅くなる。容器は上昇する。
エ．つり合いの位置は浅くなる。容器は下降する。
オ．つり合いの位置は変わらない。容器は動かない。

＜ Note ＞

Ⅳ　図３のように筒状容器全体が水中にあり，容器内の気体と水が水平な仕切りで隔てられている場合を考える。気体に熱の出入りはない。仕切りは上下に滑らかに動くことができ，その体積と質量は無視できる。以下の過程では気体の圧力と体積は「(圧力)×(体積)$^{\frac{5}{3}}$＝一定」という関係式を満たす。

⑴　はじめに，気体の体積は V_1，温度は T_1 であった。容器に外力を加えてゆっくりと沈め，気体の体積を V_2 にした。この過程における気体の内部エネルギーの変化 ΔU を R, T_1，V_1，V_2 を用いて表せ。

⑵　設問Ⅳ⑴の過程において容器に加えた外力のする仕事を W' とすると，一般に W' と ΔU は一致しない。差 $W'-\Delta U$ に含まれる仕事やエネルギーとしてはどのようなものがあるか挙げよ。(60 字以内)

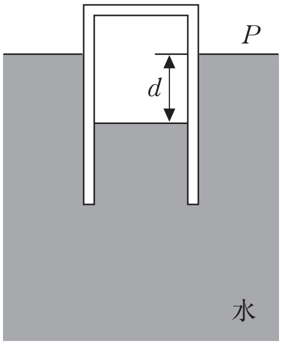


図１

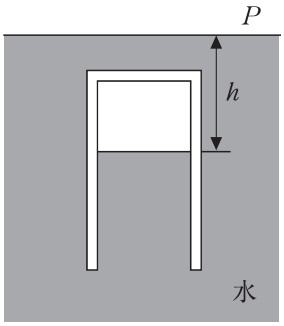


図２

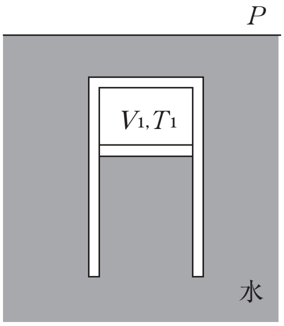


図３

< Note >

第９講　確認テスト

（解答用紙３）

図１のように，二つの容器１，２のそれぞれに１モルの気体１，２を入れ．水平な床に固定する。これらの気体はともに理想気体とする。二つの容器は摩擦なしに水平に動くことのできるピストンＡでつながれている。ピストンＡの容器１内の底面積は S_0 であり，容器２内の底面積は $2S_0$ である。容器２にはさらに，上下に動くことのできるピストンＢがついており，その上に質量 m のおもりがのせてある。ピストンＢの底面積は S であり，その質量は無視できる。容器１には体積の無視できるヒーターが取り付けられている。ピストンＡ，Ｂと容器は熱を通さない。気体は容器の外にもれず，容器の外は真空である。気体定数を R，重力加速度を g とする。

Ⅰ　ピストンＢが動かないように固定されている場合を考える。

⑴　ピストンＡが静止している状態において，気体１の圧力 P_1 と気体２の圧力 P_2 の間に成り立つ関係式を書け。

⑵　はじめ気体１の方が気体２より温度が低く，気体１の体積が V_1，気体２の体積が V_2 であった。ヒーターで気体１を加熱して気体１，２を等しい温度にした。このときの気体２の体積 V_2' を，V_1，V_2 を用いて表せ。

Ⅱ　ピストンＢが摩擦なく動くことができる場合を考える。ピストンＡ，Ｂが静止している状態において，気体１の温度が T であるとき，気体１の体積 V_1' を，S，T，R，m，g を用いて表せ。

Ⅲ　問Ⅱの状態から気体１をヒーターで加熱したところ，気体１の温度は T' になり，気体２の温度は変わらなかった。また，ピストンＡは右に距離 x だけゆっくりと移動し，ピストンＢは h だけ上昇した。

⑴　移動距離 x を，S_0，S，h を用いて表せ。

⑵　温度 T' を，T，R，m，g，h を用いて表せ。

⑶　気体１は単原子理想気体として，ヒーターから加えられた熱量 Q を m，g，h を用いて表せ。

< Note >

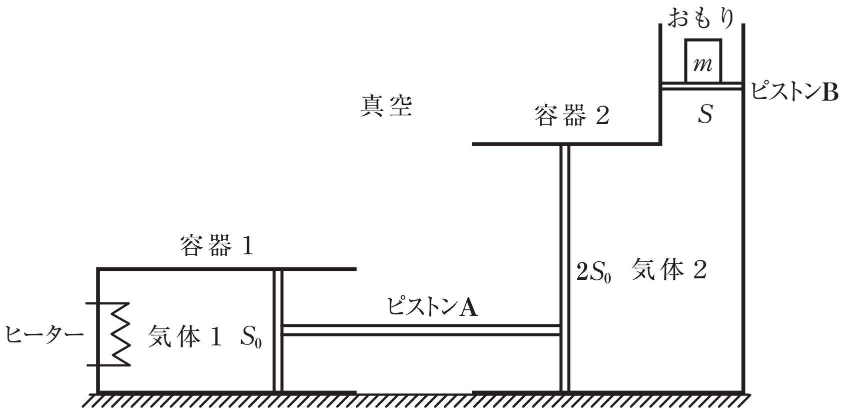


図１

＜ Note ＞

第 10 講　原子と原子核

1　（解答用紙３）

レーザー光が原子に与える作用を用いることにより，原子気体を冷却し，なおかつ空間のある領域に保つことができる。そのような冷却原子気体を用いて，原子の波動性を検証する次のような実験を行った。

図１のように，鉛直上向きを z 軸とする直交座標系を設定する。レーザー光によって冷却原子気体を点 $(x,\ y,\ z)=(0,\ 0,\ L+l)$ のまわりに保つ。この点から L だけ鉛直下方に，y 軸に平行な間隔 d，長さ a の二重スリットを水平に置く。さらに l だけ鉛直下方に，原子が当たると蛍光を発するスクリーンを水平（xy 面上）に置く。これらはすべて真空中にある。冷却原子気体の空間的広がり，二重スリットの間隔 d，および長さ a は，L，l に比べて十分小さいとする。スクリーン上の蛍光のようすは，ビデオカメラによって撮影する。

時刻 $t=0$ にレーザー光を切ると，個々の原子はその瞬間に持っていた速度を初速度とし，重力のみを受けた運動を始める。一部の原子は二重スリットを通過し，スクリーンに到着する。時刻 $t=0$ 以降，原子どうしの衝突はないものとする。二重スリットを通過した原子のうち，z 軸方向の初速度がゼロであったものがスクリーンに到着する時刻を t_0 とする。単位時間あたりにスクリーンに到着した原子数の時間変化は図２のようであった。原子の質量を m，プランク定数を h，重力加速度を g とする。

Ⅰ　l は L に比べて十分小さく，二重スリットを通過した後の原子の加速は無視できるものとして，以下の問に答えよ。

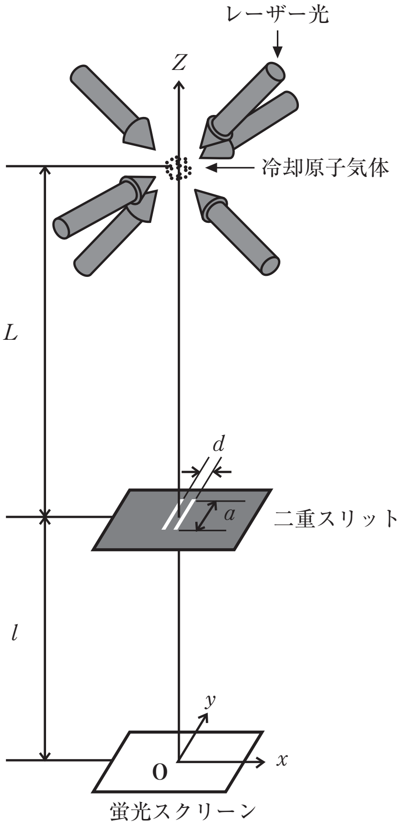
(1)　二重スリットを通過した原子のうち，z 軸方向の初速度がゼロであったものがスリット通過直後に持っていた速さ v，およびド・ブロイ波長 λ を求めよ。

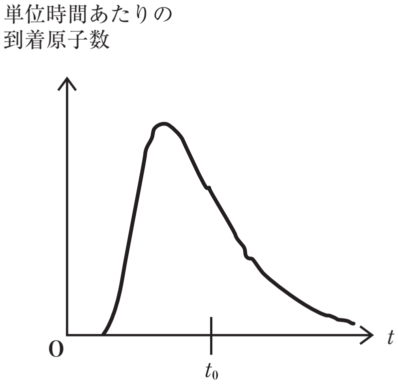
(2)　時刻 $t=t_0$ にビデオカメラによって撮影された画像には，図３のような干渉縞が写っていた。この干渉縞の間隔 Δx_0 を求めよ。ただし，Δx_0 は d より十分大きく，l より十分小さいとする。必要ならば，θ が１より十分小さいときに成り立つ近似式 $\sin\theta \fallingdotseq \tan\theta \fallingdotseq \theta$ を用いよ。

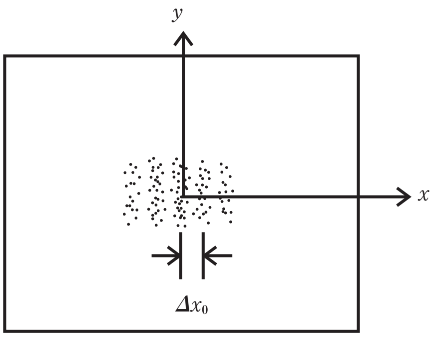
(3)　時刻 $t=t_0$ の前後にビデオカメラによって撮影された画像にも，図３と同様な干渉縞が写っていた。時刻 t に観測された干渉縞の間隔 Δx を縦軸，時刻 t を横軸として，Δx と t の関係を表すグラフの概形を描け。ただし，図２のように時刻 $t=t_0$ の位置を横軸に明示すること。

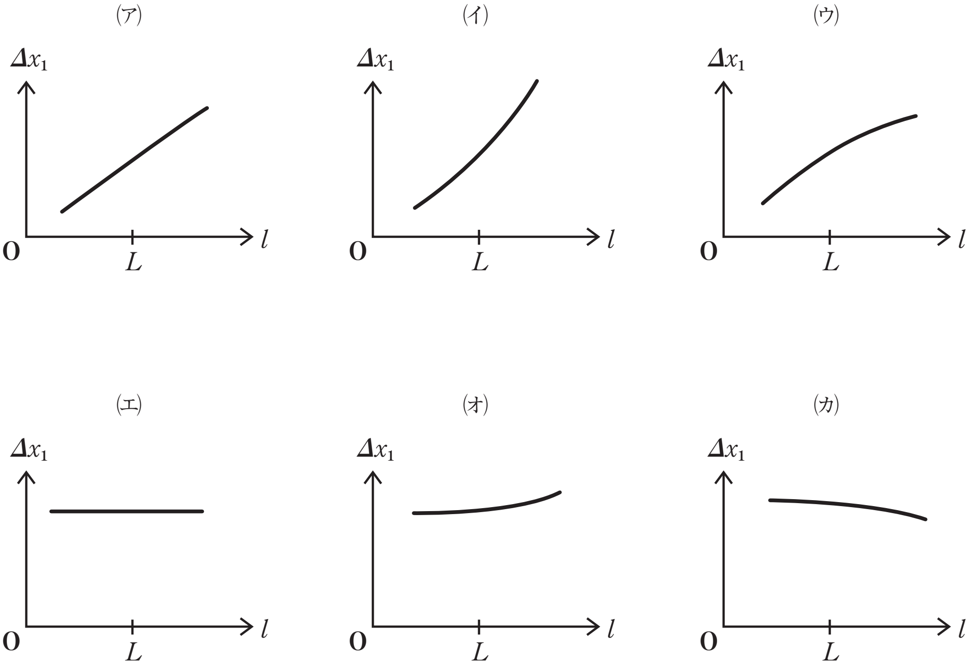
Ⅱ　L を固定し，l を変化させて実験を繰り返した。ただし，l の大きさは L と同程度で，二重スリットを通過した後の原子の加速は無視できないものとする。z 軸方向の初速度がゼロであった原子がスクリーンに到着する時刻に観測される干渉縞の間隔を Δx_1 とする。Δx_1 と l の関係を最も適切に表しているグラフを図４の(ア)〜(カ)の中から一つ選び，その理由を答えよ。

< Note >


レーザー光
Z
冷却原子気体
L
d
a
二重スリット
l
y
x
O
蛍光スクリーン
図 1


単位時間あたりの
到着原子数
O
t
t0
図 2


y
x
Δx0
図 3


(ア)
(イ)
(ウ)
(エ)
(オ)
(カ)
Δx1
O
L
l
図 4

＜ Note ＞

2 （解答用紙３）

炭素の原子番号は６であるが，自然界には質量数が 12 の ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$ と質量数が 13 の ${}^{13}_{6}\mathrm{C}$ の２種類の安定な同位体が存在する。このほかに質量数 14 の ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ がごく微量あるが，これは放射性の同位体で半減期 5730 年で β 崩壊をする。${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ は宇宙線によって作られるが，作られる量と β 崩壊によって失われる量がつりあっていて，大気中に場所によらず一定の割合で含まれている。この割合は全炭素原子核数の 10^{-12} 程度であり，大気中の炭素 1g 当り毎分 15.3 個の β 崩壊が起こる量に相当する。この割合は昔も今も同じであると考えられている。生きている植物は光合成により大気から常に炭素を取り込んでいる。この炭素は食物連鎖によって動物にも取り込まれる。したがって，${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ は生きている生物体にも大気中と同じ割合で常に存在することになる。生物が死ぬと，その時点から ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ を新しく取り込めなくなるので，生物体内における ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ の割合は ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ の半減期にしたがって減少する。以下の設問に答えよ。

Ⅰ　${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ が β 崩壊してできる原子核の原子番号と質量数はそれぞれいくらか。

Ⅱ　ある古い生物の死体に含まれる炭素を調べてみると，炭素 1g 当り毎分 1.7 個の ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ の β 崩壊が起きている。この生物体中の総炭素原子核数に占める ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ の数の割合は，大気中での割合と比べて何％になっているか。

Ⅲ　この生物はおよそ何年前に死んだものか。図１に関数 $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x}$ のグラフを示す。このグラフから必要に応じて数値を読み取ってよい。

Ⅳ　半減期を単位にして計ったある時間（たとえば半減期の 10 万分の 1）のあいだに崩壊する原子核数を計り始めの原子核数で割った割合は，どのような放射性同位体でも半減期と無関係に一定であることを示せ。

Ⅴ　１秒間に崩壊する原子核の数を放射能の強さという。三重水素 ${}^{3}_{1}\mathrm{H}$ も放射性の同位体でやはり β 崩壊をする。いま，${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ 1.0g と，${}^{3}_{1}\mathrm{H}$ 0.46mg の放射能の強さを比べたら，たがいに同じであった。${}^{3}_{1}\mathrm{H}$ の半減期を求めよ。${}^{3}_{1}\mathrm{H}$ の質量を 3.0〔u〕，${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ の質量を 14〔u〕とせよ。

＜ Note ＞

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

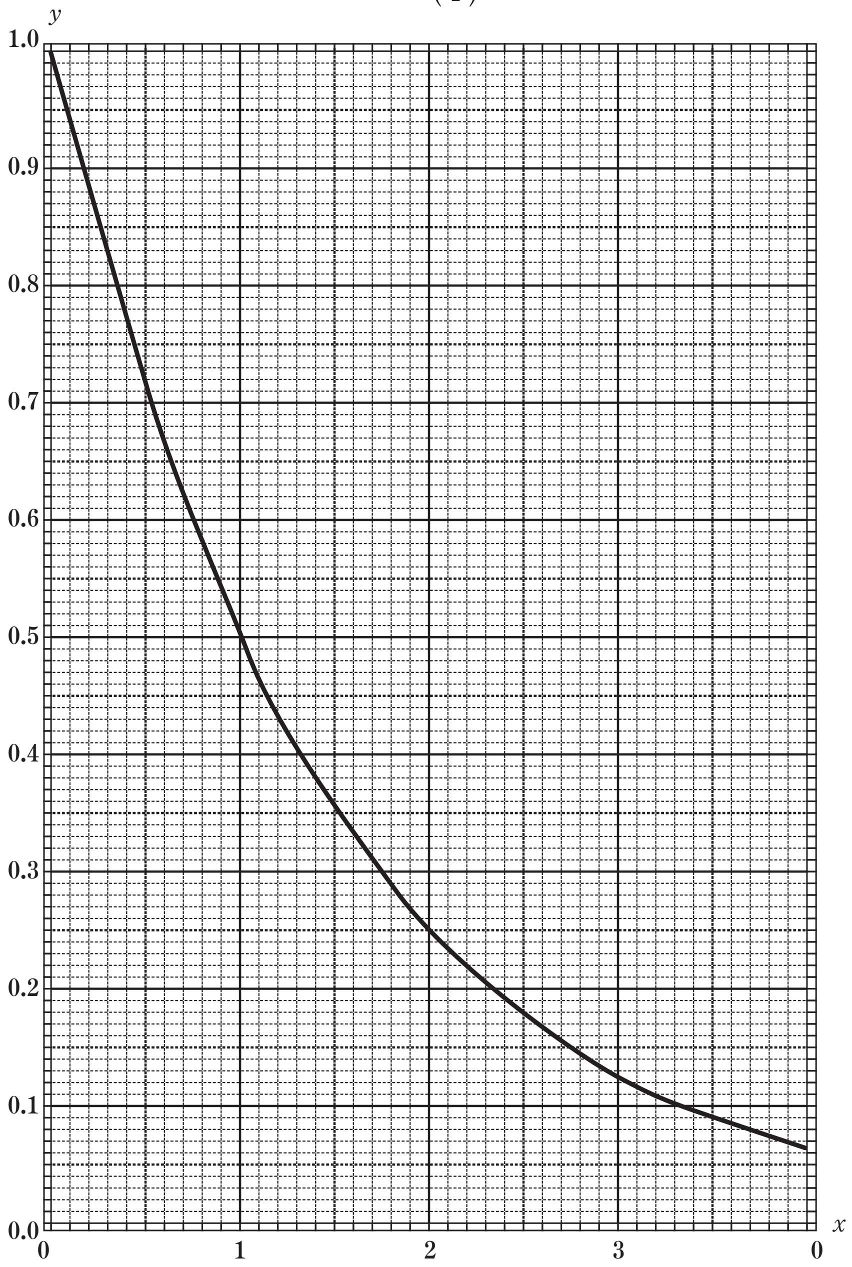


図 1

< Note >

第 10 講　確認テスト

（解答用紙３）

原子番号 26，質量数 55 の放射性同位体 ${}^{55}_{26}\mathrm{Fe}$ は ${}^{A}_{Z}\mathrm{Mn}$ に崩壊する。これは β 崩壊の一種であるが，通常の β 崩壊のように原子が電子（e^-）を放出して新しい原子核に変わるのではなく，原子核が原子内で原子核近傍をまわる電子を捕獲して，新しい原子核に変わる（崩壊する）。すなわち表記すると以下のようになる。

$${}^{55}_{26}\mathrm{Fe}+\mathrm{e}^- \longrightarrow {}^{A}_{Z}\mathrm{Mn}$$

この崩壊について以下の問いに答えよ。

Ⅰ　上の ${}^{A}_{Z}\mathrm{Mn}$ の原子番号 Z と質量数 A はいくらか。

Ⅱ　Fe 原子内の電子が原子核から受ける静電気力は，原子内にはその電子しかなく，原子核と電子間の距離が同じとすれば，水素原子の場合の何倍になるか。

ボーア原子模型では，電子は，原子核から受ける静電気力を向心力として，以下に示す量子条件を満たす円軌道をまわる。

$$mvr=\frac{nh}{2\pi}$$

ここで，m，v，r はそれぞれ電子の質量，速さ，軌道半径を表し，h はプランク定数，n は量子数である。

ボーア原子模型に基づき，Fe 原子内や Mn 原子内で円軌道をまわる電子について以下の問いに答えよ。ただし，特に断らない限り，原子内には着目している一つの電子以外に電子はないと仮定して計算せよ。

Ⅲ　Fe 原子の量子数 $n=1$ の円軌道の半径は，水素原子の場合の何倍か。

Ⅳ　Fe 原子の量子数 $n=1$ の準位のエネルギーの絶対値は，水素原子の場合の何倍か。ただし，エネルギーは，電子が無限遠で静止している場合をゼロと定義する。

Ⅴ　水素原子の量子数 $n=1$ の準位のエネルギーは $-13.6\mathrm{eV}$ である。Fe 原子ではいくらになるか。また Mn 原子のこの準位のエネルギー E_0 はいくらか。

Ⅵ　実際の Fe 原子では，多くの電子がいろいろな軌道をまわっている。いま崩壊で Fe 原子の量子数 $n=1$ の円軌道にいた電子が捕獲されたとする。崩壊で生まれた Mn 原子では，$n=2$ の軌道にいる電子が，空きが生じた $n=1$ の軌道に移ってくる。この際放出される光子（X 線）のエネルギーを，設問Ⅴで定義した E_0 を使って表せ。ここでも，$n=1$ や $n=2$ の準位のエネルギーは，原子内に１つの電子しかないとして計算したものを用いよ。

＜ Note ＞

テキスト解答

※本書に収録された解答・解説はスタディサプリが独自に作成したものです。

第１講　解答

1

Ⅰ　(1)　$(m+M)g$

(2)　d

(3)　$\sqrt{\dfrac{2(m+M)}{m+2M}gd}$

Ⅱ　(1)　$a_x=a_y=\dfrac{1}{2}g$

(2)　1

(3)　(イ)

2

Ⅰ　(1)　$h-\dfrac{2mg}{k}$

(2)　物体１：$ma_1=k(h-x)-N-mg$　　物体２：$ma_2=N-mg$

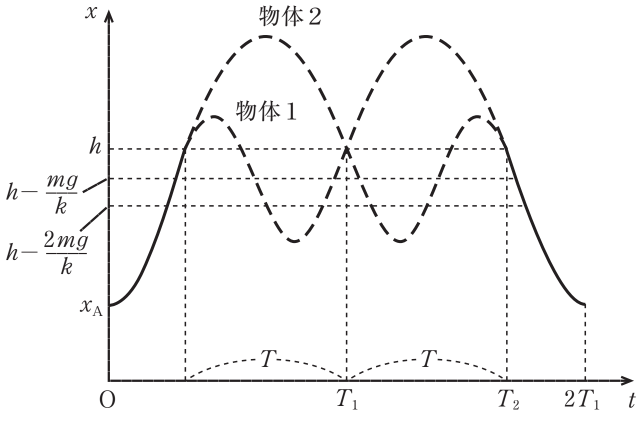
(3)　h

(4)　$\sqrt{\dfrac{k}{2m}(h-x_A)^2-2g(h-x_A)}$　　分離の条件：$x_A<h-\dfrac{4mg}{k}$

Ⅱ　(1)　周期：$T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$　　x 座標：$x=h$

(2)　$V=\dfrac{1}{2}gT$

(3)　時刻：$T_2=T_1+T$　　x 座標：$x=h$



(4)　$x_A=h-\dfrac{2mg}{k}\left(1+\sqrt{1+\dfrac{\pi^2}{2}}\right)$

第２講　解答

1

Ⅰ　(1)　$\sqrt{2gl\sin\theta}$

(2)　$3mg$

(3)　大きさ $2g$，鉛直上向き

Ⅱ　(1)　大きさ g，鉛直下向き

(2)　A：大きさ $\sqrt{\dfrac{gl}{2}}$，水平方向右向き　　B：大きさ $\sqrt{\dfrac{gl}{2}}$，水平方向左向き

(3)　mg

(4)　A：0　　B：$2g$，鉛直方向下向き

(5)　$\dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{l}{2g}}$

(6)　$\sqrt{\dfrac{gl}{2}}\,t+\dfrac{l}{2}\sin\left(\sqrt{\dfrac{2g}{l}}\,t\right)$

2

Ⅰ　(1)　$m_1a_1=-\dfrac{m_1g}{R}x_1$

(2)　$2\pi\sqrt{\dfrac{R}{g}}$

Ⅱ　(1)　$m_1a_1+m_2a_2=0$

(2)　$m_1x_1+m_2x_2=m_1L$

(3)　$\dfrac{m_1L}{m_1+m_2}$

(4)　$\dfrac{m_2L}{m_1+m_2}$

(5)　$2\pi\sqrt{\dfrac{m_2R}{(m_1+m_2)g}}$

第３講　解答

1

Ⅰ　(1)　$\left(1+\dfrac{v}{R\omega}\right)^2 L$

(2)　$\dfrac{1}{2}L$

(3)　$\sqrt{\dfrac{g}{R}}$

Ⅱ　(1)　運動：等速度運動(理由は略)　　初速度の大きさ：$\sqrt{u^2+(R\omega)^2}$

(2)　$\dfrac{2Ru}{u^2+(R\omega)^2}$

(3)　$+x$ 方向に離れた場所(理由は略)

2

Ⅰ　(1)　$\mu N_\mathrm{a}=\mu' N_\mathrm{b}$

(2)　$l\left(1+\dfrac{\mu'}{\mu}\right)$

(3)　$\dfrac{d_2}{d_1}$

(4)　$\dfrac{{d_1}^2}{d_1+d_2}$

(5)　略

Ⅱ　(1)　$2L\sqrt{\dfrac{g(l_1+2l_2)}{{l_1}^2+2{l_2}^2}}$

(2)　$l_1=2l$　　$l_2=\dfrac{1}{2}\,l$

第４講　解答

1

Ⅰ　(1)　$\dfrac{CV_0}{sP_0}$

(2)　$C\,(V_0+rsP_0)$

Ⅱ　(1)　$\dfrac{V_0}{sP_0}$

(2)　$\dfrac{V_0+rsP_0}{R+r}$

(3)　$R=R_0$ で最大値 sP_0V_0

Ⅲ　(1)　$V_1=\dfrac{3}{2}V_0$,　$V_2=\dfrac{5}{2}V_0$

(2)　8

(3)　イ

(4)　$I=sP_0$（又は$\dfrac{V_0}{r}$），　$V_1=-V_0$,　$V_2=2V_0$

2

Ⅰ　(1)　$V_1=0$,　$V_2=V_0$

(2)　$V_1=V_0$,　$V_2=V_0$,　$U=\dfrac{1}{2}CV_0^2$,　$W=CV_0^2$

(3)　$V_1=V_0$,　$V_2=-V_0$

(4)　$V_1=V_2=0$

Ⅱ　$V_{2N-1}=(2N-1)\,V_0$,　$V_{2N}=(2N+1)\,V_0$

第５講　解答

1

Ⅰ　(1)　$\dfrac{(N-1)uBL\cos\theta}{NR}$

(2)　$\dfrac{NmgR\sin\theta}{(N-1)(BL\cos\theta)^2}$

Ⅱ　$\dfrac{NmgR\sin\theta}{(BL\cos\theta)^2}$

Ⅲ　$\dfrac{NmgR\sin\theta}{(BL\cos\theta)^2}$

Ⅳ　(1)　$Ng\sin\theta$

(2)　$\dfrac{(BL\cos\theta)^2}{mR}$

(3)　ア

(4)　イ

2

Ⅰ　(1)　$\dfrac{BLv}{R}$

(2)　$Mgl(1-\cos\alpha)$

(3)　ア

Ⅱ　(1)　$\dfrac{Mg}{BL}$

(2)　$2\pi\sqrt{\dfrac{l}{\sqrt{2}\,g}}$

(3)　イ

Ⅲ　(1)　$\dfrac{2\pi BLl\beta}{T}\cos\left(\dfrac{2\pi}{T}t\right)$

(2)　$\dfrac{2\pi BLl\beta}{T}$

(3)　$\beta'=\beta$

第６講　解答

1

Ⅰ　(1)　正の向き(理由は略)

(2)　$\dfrac{V_0}{n_1}T$

(3)　$\dfrac{V_0}{kn_1^{\,2}}T$

(4)　(a)　$\dfrac{R_1V_0}{kn_1^{\,2}}t+V_0$　　(b)　$\dfrac{R_1V_0}{kn_1^{\,2}}t$

Ⅱ　(1)　$\dfrac{V_0}{n_1}T$

(2)　$\dfrac{n_1}{n_2}$，c′点

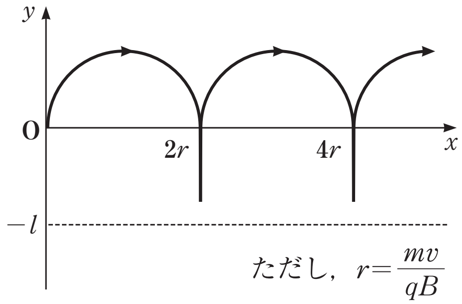
(3)　$\dfrac{V_0}{kn_1^{\,2}}t+\dfrac{n_2^{\,2}V_0}{n_1^{\,2}R_2}$

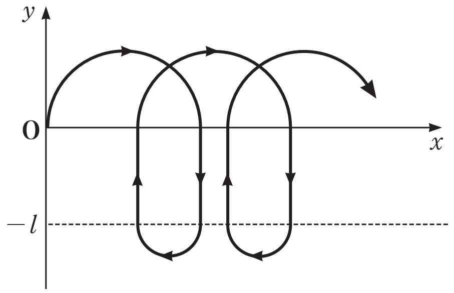
2

Ⅰ　$\dfrac{\pi m}{qB}$

Ⅱ　$\dfrac{2mv}{qB}$

Ⅲ　$v<v_0$　　　$v>v_0$





Ⅳ　$\sqrt{\dfrac{2qEl}{m}}$

Ⅴ　$v<v_0$ の場合：$\dfrac{2mv}{qE}$　　$v>v_0$ の場合：$\dfrac{\pi m}{qB}+\dfrac{2mv}{qE}\left(1-\sqrt{1-\dfrac{2qEl}{mv^2}}\right)$

Ⅵ　$v<v_0$ の場合：$\dfrac{1}{\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{B}{E}v}v$

$v>v_0$ の場合：$\dfrac{1-\sqrt{1-\dfrac{2qEl}{mv^2}}}{\pi+\dfrac{B}{E}v\left(1-\sqrt{1-\dfrac{2qEl}{mv^2}}\right)}v$

第７講　解答

1

Ⅰ　(1)　$\dfrac{V_\mathrm{A}}{2h_\mathrm{A}}$

(2)　2.5mm

Ⅱ　(1)　ア：QS　　イ：PR　　ウ：QPS　　エ：RSP

(2)　$\dfrac{1}{k}\sin\alpha$

(3)　縦波の場合：$\dfrac{V_\mathrm{B}}{V_\mathrm{A}}\sin\alpha$　　横波の場合：$\dfrac{V_\mathrm{B}}{kV_\mathrm{A}}\sin\alpha$

Ⅲ　(1)　$\dfrac{V_\mathrm{A}}{V_\mathrm{B}}<\sin\alpha<\dfrac{kV_\mathrm{A}}{V_\mathrm{B}}$

(2)　$2\left(\dfrac{h_\mathrm{A}}{V_\mathrm{A}\cos\alpha}+\dfrac{kh}{V_\mathrm{B}\cos\phi'}\right)$

2

Ⅰ　(1)　$f=\dfrac{2V}{d}$，$\lambda_B=\dfrac{d}{4}$

(2)　$a=\dfrac{1}{2}$，$b=\dfrac{1}{2}$，領域Ａの水深は領域Ｂの４倍

(3)　$\sqrt{x^2+(y+d)^2}$

(4)　条件：$\sqrt{x^2+4d^2}-|x|=\left(n+\dfrac{1}{2}\right)\dfrac{d}{2}$，

$y=d$ 上で弱めあう点の個数：８個

(5)　S：$\left(0,-\dfrac{d}{4}\right)$，T：$\left(\dfrac{\sqrt{5}}{2}d,0\right)$，$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{5}}{6}$

Ⅱ　(1)　波源の位置で観測：$\dfrac{V-u}{V+u}\cdot\dfrac{2V}{d}$

領域Ｂを動く点で観測：$\dfrac{V-2w}{V+u}\cdot\dfrac{2V}{d}$

(2)　$\dfrac{2d}{\sqrt{V^2-u^2}}$

(3)　条件：$\dfrac{4V}{\sqrt{V^2-u^2}}=m+\dfrac{1}{2}$，$u=\dfrac{\sqrt{17}}{9}V$

第８講　解答

1

Ⅰ　現象：回折　　原理：ホイヘンスの原理(説明は略)

Ⅱ　略

Ⅲ　−1 乗(理由は略)

Ⅳ　$-\frac{1}{2}$乗(理由は略)

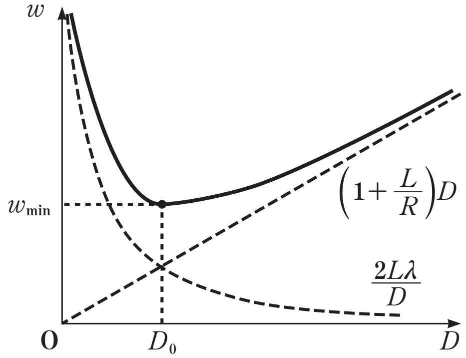
2

Ⅰ　$w_1=\left(1+\frac{L}{R}\right)D$

Ⅱ　(1)　$\sqrt{L^2+(a+d)^2}-\sqrt{L^2+(a-d)^2}=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$　($m=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots$)

(2)　$\frac{2L\lambda}{D}$

Ⅲ　$D_0=\sqrt{\frac{2R}{R+L}L\lambda}$　　グラフは右



Ⅳ　(1)　3.0×10^{-4}[m]

(2)　像の大きさ　1.1×10^{-2}[m]

$w_{min}=6.7\times10^{-4}$[m]

第９講　解答

1

Ⅰ　(1)　$P_1=P_0+\dfrac{kL}{2S}$，$T_1=\dfrac{3}{2}\left(1+\dfrac{kL}{2P_0S}\right)T_0$

(2)　$\dfrac{3}{4}P_0SL+\dfrac{9}{8}kL^2$

(3)　$\dfrac{5}{4}\left(P_0SL+kL^2\right)$

Ⅱ　$T_2=T_1$，$P_2=\dfrac{3}{5}P_1$

Ⅲ　$\dfrac{3}{2}P_1SL$

Ⅳ　(1)　$\dfrac{3}{2}P_1SL$　　(2)　$Q_2=Q_1$

2

Ⅰ　(1)　$\dfrac{m}{\rho S}$　　(2)　$1+\dfrac{\rho gd}{P}$

Ⅱ　(1)　$\dfrac{1}{5}RT$　　(2)　$\dfrac{1}{2}RT$

Ⅲ　(1)　$\dfrac{P}{\rho g}\left(\dfrac{\rho RT}{mP}-1\right)$　　(2)　エ

Ⅳ　(1)　$\dfrac{3}{2}RT_1\left\{\left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{2}{3}}-1\right\}$

(2)　重力による位置エネルギーの変化，容器上面が水に対してする仕事，および仕切りが水に対してする仕事が含まれている。

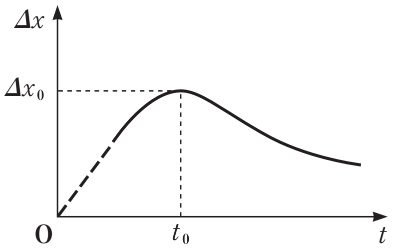
第 10 講　解答

1

Ⅰ　(1)　$v=\sqrt{2gL}$　　$\lambda=\dfrac{h}{m\sqrt{2gL}}$

(2)　$\dfrac{hl}{md\sqrt{2gL}}$

(3)　右図



Ⅱ　ウ(理由は略)

2

Ⅰ　原子番号：7，質量数：14

Ⅱ　11%

Ⅲ　1.8×10^4 年

Ⅳ　略

Ⅴ　12 年

確認テスト解答

第１講　確認テスト

【解答】

(1)　$\dfrac{mg\sin\theta}{k}$　　(2)　$x>\dfrac{2mg\sin\theta}{k}$　　(3)　$\dfrac{2\pi}{3}\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

(4)　$v=\sqrt{\dfrac{kx^2}{m}-2gx\sin\theta}$　　θ は 45° より小さい

(5)　$\dfrac{kx}{mg}\left(x-\dfrac{2mg\sin\theta}{k}\right)\sin 2\theta$　　(6)　$\theta=25°$　　(7)　$\theta=45°$

【解説】

(1)　力のつりあい

$mg\sin\theta=kx_0$　　∴　$x_0=\dfrac{mg\sin\theta}{k}$

(2)　力学的エネルギー保存則より，

$\dfrac{1}{2}kx^2>mgx\sin\theta$　　∴　$x>\dfrac{2mg\sin\theta}{k}$

(3)　単振動の周期の$\dfrac{1}{3}$

∴　$\dfrac{1}{3}T=\dfrac{2\pi}{3}\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

(4)　求める速さ v は，力学的エネルギー保存則より，

$\dfrac{1}{2}mv^2=\dfrac{1}{2}kx^2-mgx\sin\theta$　　∴　$v=\sqrt{\dfrac{kx^2}{m}-2gx\sin\theta}$

一定の x に対し，θ が小さい方が v が大きくなるので，$\theta=45°$ のときに比べ，s が大きくなりうる。　　∴　θ は 45° より小さい。

(5)　小球が投げ出された後，水平面に落下するまでの時間は　$2\times\dfrac{v\sin\theta}{g}$

∴　$s=v\cos\theta\times\dfrac{2v\sin\theta}{g}=\dfrac{kx}{mg}\left(x-\dfrac{2mg\sin\theta}{k}\right)\sin 2\theta$

(6)　$x=\dfrac{2mg}{k}$ のとき，

$s=\dfrac{4mg}{k}(1-\sin\theta)\sin 2\theta$

$(1-\sin\theta)\sin 2\theta$ の値を，$\theta=45°$ 以下で，表の値を用いて調べると，

θ	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°
$(1-\sin\theta)\sin2\theta$	0.28	0.37	0.42	0.45	0.44	0.40	0.35	0.29

よって，$\theta=25°$ で s は最も大きくなる。

(7)　(5)の結果より，x が $\dfrac{mg}{k}$ に比べて十分大きいとき

$s\to\dfrac{kx^2}{mg}\sin 2\theta$

よって，s が最大となる θ は，$2\theta=90°$　　∴　$\theta=45°$ に近づく。

第２講　確認テスト

【解答】

Ⅰ　(1)　$v_1{}'-v_2{}'=2v$　　(2)　$v_1{}'=\dfrac{-m+3M}{m+M}v$　　$v_2{}'=\dfrac{-3m+M}{m+M}v$　　9倍

Ⅱ　(1)　$\dfrac{1}{4}v_1$　　(2)　$u_1=-\dfrac{1}{2}v_1$　　$u_2=\dfrac{1}{2}v_1$　　(3)　イ

Ⅲ　(1)　$\dfrac{3mg}{k}$　　(2)　$w=\sqrt{v_1{}^2-\dfrac{15mg^2}{k}}$　　$k_{\mathrm{C}}=\dfrac{15mg^2}{v_1}$　　(3)　$\dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{3m}{k}}$

【解説】

Ⅰ

(1)　反発係数が1

$$v_1{}'-v_2{}'=(-1)\{(-v)-v\}\qquad\therefore\quad \underline{v_1{}'-v_2{}'=2v}\quad\cdots①$$

(2)　運動量保存則

$$mv_1{}'+Mv_2{}'=m(-v)+Mv\quad\cdots②$$

①②より，

$$\underline{v_1{}'=\frac{-m+3M}{m+M}v}\qquad \underline{v_2{}'=\frac{-3m+M}{m+M}v}$$

Mがmに比べて十分大きいとき，$\dfrac{m}{M}\fallingdotseq 0$より，$v_1{}'\fallingdotseq 3v$

$$\therefore\quad \frac{H}{h}=\frac{\frac{1}{2}m(3v)^2}{\frac{1}{2}mv^2}=\underline{9}$$

Ⅱ

(1)　$V=\dfrac{mv_1+M\cdot 0}{m+M}=\underline{\dfrac{1}{4}v_1}$

(2)　$\begin{cases}\text{運動量保存則：}mu_1+3mu_2=mv_1\\ \text{力学的エネルギー保存則：}\dfrac{1}{2}mu_1{}^2+\dfrac{1}{2}\cdot 3mu_2{}^2=\dfrac{1}{2}mv_1{}^2\end{cases}$

より，

$$\underline{u_1=-\frac{1}{2}v_1}\qquad \underline{u_2=\frac{1}{2}v_1}$$

(3)　Ⅱ(2)の u_1 と u_2 の値

$t=0$ で糸が張る前後で，運動量が保存するため

重心の速度は不変。

以上より，<u>イ</u>

Ⅲ

(1)　$k\cdot\Delta l=3mg$　　$\therefore$　$\Delta l=\underline{\dfrac{3mg}{k}}$

(2)　力学的エネルギー保存則

$$\frac{1}{2}mv_1{}^2=\frac{1}{2}k\Delta l^2+mg\cdot\Delta l+\frac{1}{2}mw^2$$

と，(1)の結果より，

$$w=\underline{\sqrt{v_1{}^2-\frac{15mg^2}{k}}}$$

$w>0$ より，

$$k>\frac{15mg^2}{v_1{}^2}\qquad\therefore\quad k_C=\underline{\frac{15mg^2}{v_1}}$$

(3)　小球１と２の相対位置は，換算質量 $\mu=\dfrac{mM}{m+M}=\dfrac{3}{4}m$ の単振動をする。

求める時間は，この単振動の半周期ゆえ，

$$\frac{1}{2}\times2\pi\sqrt{\frac{\mu}{k}}=\underline{\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{3m}{k}}}$$

第３講　確認テスト

【解答】

Ⅰ　$mg\left(3+\dfrac{2h}{r}\right)$

Ⅱ　$h_0=\dfrac{1}{2}r\cos\alpha$

Ⅲ　$h=\dfrac{r}{2\cos\alpha}$

Ⅳ　$\cos\alpha>\dfrac{2}{3}$

【解説】

Ⅰ

抗力は点Ｄにおいて最大となる。球の，点Ｄにおける速さを v_D，抗力を N_D として，

$$\begin{cases} \text{円運動の方程式} & m\dfrac{{v_D}^2}{r}=N_D-mg \quad \cdots① \\ \text{エネルギー保存則} & \dfrac{1}{2}m{v_D}^2=mg(h+r) \quad \cdots② \end{cases}$$

①②より，$\underline{N_D=mg\left(3+\dfrac{2h}{r}\right)}$

Ⅱ

抗力は点Ｆにおいて最小となる。球の，点Ｆにおける速さを v_F，抗力を N_F として，

$$\begin{cases} \text{円運動の方程式} & m\dfrac{{v_F}^2}{r}=mg\cos\alpha-N_F \quad \cdots③ \\ \text{エネルギー保存則} & \dfrac{1}{2}m{v_F}^2=mgh \quad \cdots④ \end{cases}$$

③④より，$N_F=mg\left(\cos\alpha-\dfrac{2h}{r}\right)$

$h=h_0$ で $N_F=0$　　∴　$\underline{h_0=\dfrac{1}{2}r\cos\alpha}$

Ⅲ

点Ｆで飛び出た球の軌跡の放物線の頂点Ｓが，点Ｇの真上となればよい。

ＦからＳへかかる時間を t として，

$$\begin{cases} 0=v_F\sin\alpha-gt \\ r\sin\alpha=v_F\cos\alpha\cdot t \end{cases}$$

より，${v_F}^2\cos\alpha=gr$　$\cdots⑤$

④と⑤より，$\underline{h=\dfrac{r}{2\cos\alpha}}$

Ⅳ

$$\begin{cases} \text{点Fで浮き上がらない条件は}\quad h\leqq\dfrac{1}{2}r\cos\alpha \\ \text{点Gに達するための，エネルギーについての条件は}\quad h>r(1-\cos\alpha) \end{cases}$$

これらをみたす h が存在する条件は

$r(1-\cos\alpha)<\dfrac{1}{2}r\cos\alpha$　　∴　$\underline{\cos\alpha>\dfrac{2}{3}}$

第４講　確認テスト

【解答】

Ⅰ　(1)　$+9.0$[V]　　(2)　$I_0=0.20$[A]，$V_A=+7.0$[V]

Ⅱ　(1)　0.20[A]　　(2)　$V_A=-103$[V]

(3)　点灯が始まった直後　110[V]，点灯が終わる直前　80[V]

Ⅲ　(1)　$\dfrac{LI_1}{V_1}$　　(2)　2×10^{-3}[s]

【解説】

Ⅰ

(1)　自己誘導により，コイルに電流は流れず，$\underline{V_A=+9.0\text{[V]}}$

(2)　コイルを流れる電流を I_0 として，

$$9.0=35I_0+10I_0 \qquad \therefore\quad I_0=\underline{0.20\text{[A]}}$$

コイルに誘導起電力は生じず，$V_A=35\times I_0=\underline{+7.0\text{[V]}}$

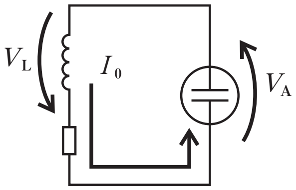
Ⅱ

(1)　コイルの自己誘導起電力により，$\underline{0.20\text{[A]}}$ が保たれる。

(2)　問題中のグラフより，電流が 0.20[A] のとき，$|V_A|=103$[V]

また，電流の向きを考慮して，$V_A=\underline{-103\text{[V]}}$

(3)　コイルの自己誘導起電力を V_L として，キルヒホッフの第２法則より，



$$V_A+V_L-35\cdot I_0=0 \qquad \therefore\quad |V_L|=\underline{110\text{[V]}}$$

ネオンランプの点灯が終わる直前，電流 0，$V_A=80$[V] に近づく。よって，

$$|V_L|=|V_A|=\underline{80\text{[V]}}$$

Ⅲ

(1)　$V_1=\left|L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}\right|$ より，$V_1=L\dfrac{I_1}{T}$　　$\therefore\quad T=\underline{\dfrac{LI_1}{V_1}}$

(2)　$V_1=\dfrac{110+80}{2}=95$[V] として，

$$T=\frac{LI_1}{V_1}=\frac{1.0\times0.20}{95}=\underline{2\times10^{-3}\text{[s]}}$$

第５講　確認テスト

【解答】

Ⅰ　(1)　$\dfrac{Blv_0}{2R}$　　(2)　$F_1=\dfrac{B^2l^2(v-u)}{2R}$　　$F_2=-\dfrac{B^2l^2(v-u)}{2R}$

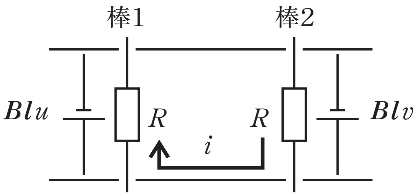
Ⅱ　(1)　$\dfrac{Bl(v+u)}{2R}$　　(2)　$\dfrac{1}{2}Bl(v-u)$

Ⅲ　(a)　(ウ)　　(b)　(イ)　　(c)　(ウ)　　(d)　(ウ)

【解説】

Ⅰ

(1)　棒２に生ずる起電力はBlv_0　　∴　$I_0=\dfrac{Blv_0}{2R}$



(2)　棒に流れる電流をiとして

$$2R\cdot i=Blv-Blu \qquad \therefore \quad i=\frac{Bl(v-u)}{2R}$$

よって，

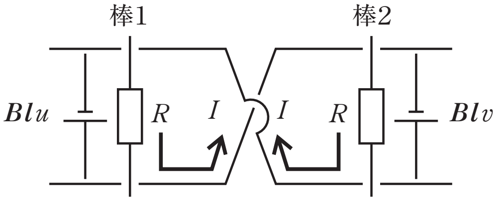
$$F_1=+iBl=\frac{B^2l^2(v-u)}{2R}$$

$$F_2=-iBl=-\frac{B^2l^2(v-u)}{2R}$$

Ⅱ

(1)　棒１にはBlu，棒２にはBlvの起電力が生ずるので，

$$2RI=Blu+Blv \qquad \therefore \quad I=\frac{Bl(v+u)}{2R}$$



(2)　棒２に注目。

$$-RI+Blv=\frac{1}{2}Bl(v-u)$$

Ⅲ

(a)(c)(d)　電流が流れないので，棒には磁場からの力は作用しない。　(ウ)

(b)　棒１，２ともに，速度と逆向きに磁場からの力が作用。　(イ)

第６講　確認テスト

【解答】

Ⅰ　(1)　近づくとき：電流…負の向き，力…z 軸の正の向き

遠ざかるとき：電流…正の向き，力…z 軸の正の向き

(2)　$\dfrac{\Phi_0 v}{b-a}$

(3)　下図

Ⅱ　(1)　$\dfrac{2n\Phi_0^{\,2}v^2}{R(b-a)}$　　(2)　$\dfrac{MgR(b-a)}{2n\Phi_0^{\,2}}$

Ⅲ　元の実験と同じ運動をする。(理由は解説参照)

【解説】

Ⅰ

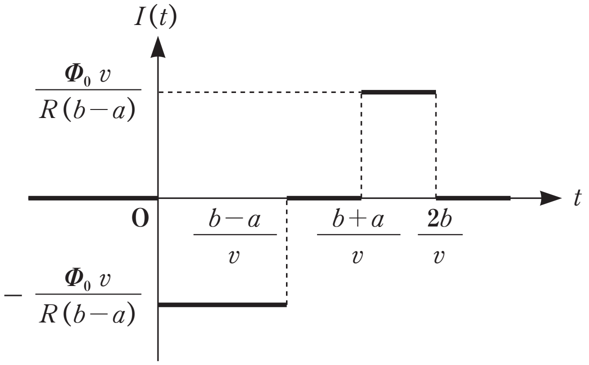
(1)　近づくとき，電流は負の向き　力は z 軸の正の向き

遠ざかるとき，電流は正の向き　力は z 軸の正の向き

(2)　ファラデーの電磁誘導の法則より，

$$|V|=\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|=\frac{\Phi_0 v}{b-a}$$

(3)　右図(電流の大きさは，$I_0=\dfrac{\Phi_0 v}{R(b-a)}$)



Ⅱ

(1)　$RI_0^{\,2}\times 2(b-a)n=\dfrac{2n\Phi_0^{\,2}v^2}{R(b-a)}$

(2)　磁石の速さが一定のとき，運動エネルギーの変化はないので，位置エネルギーが減った分だけジュール熱が発生。

$$Mgv=\frac{2n\Phi_0^{\,2}v^2}{R(b-a)}\qquad \therefore\quad v=\frac{MgR(b-a)}{2n\Phi_0^{\,2}}$$

Ⅲ　磁石のＮ極とＳ極を入れかえると，コイルに流れる電流の向きは変わるが，コイルにかかる力の向きは変化しない。よって元の実験と同じ運動をする。

第７講　確認テスト

【解答】

Ⅰ　(1)　$\dfrac{c}{4f}$　　(2)　直接波：$\sqrt{l_2+(y-h)^2}$　　反射波：$\sqrt{l^2+(y+h)^2}$

(3)　$\sqrt{x^2+(y+h)^2}-\sqrt{x^2+(y-h)^2}=2(2m+1)d$　　(4)　$(0, -h)$

(5)　下図２参照

Ⅱ　(1)　速さ：$\sqrt{c^2-V^2}$　　振動数：f　　波長：$\dfrac{\sqrt{c^2-V^2}}{f}$　　(2)　$\dfrac{\sqrt{c^2-V^2}}{4f}$

【解説】

Ⅰ

(1)　$d=\dfrac{\lambda}{4}=\dfrac{c}{4f}$

(2)　直接波：$l=\sqrt{l^2+(y-h)^2}$

Sの，x軸に対し対称な点に仮の波源S′を考え，（下図１）

反射波：$l'=\sqrt{l^2+(y+h)^2}$

(3)　反射波のかわりに，S′から出た波を考える。
点Oで腹⇒反射による位相のずれはない。

よって，

$l'-l=\left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda$　　∴　$\sqrt{x^2+(y+h)^2}-\sqrt{x^2+(y-h)^2}=2(2m+1)d$

(4)　(2)(3)より，$(0, -h)$

(5)　$h=5d$のとき，y軸上の節は，

$y=d$，$3d$

節線は図２の様な，SとS′を焦点とする双曲線になる。

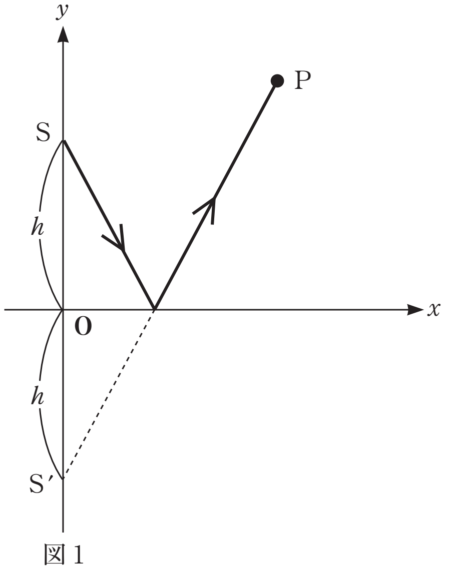


図１

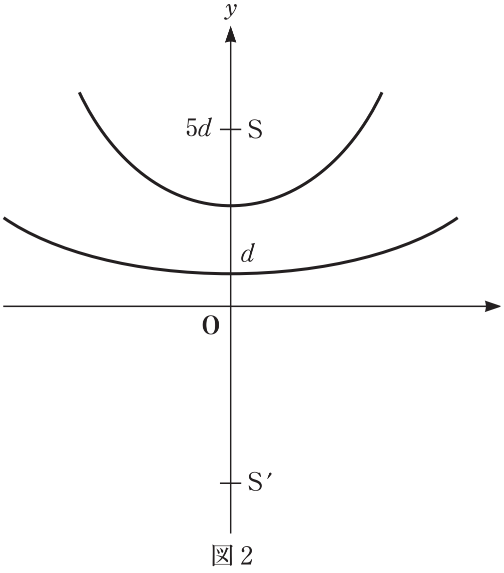


図２

Ⅱ

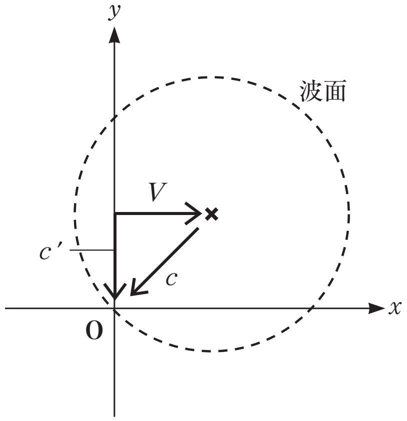
(1)　波面の中心が，x 軸の正方向へ速さ V で移動すると考えて，

$$c'=\underline{\sqrt{c^2-V^2}}$$

波源は静止しているので，$\underline{f}$ は不変。

波長 λ' は，

$$\lambda'=\frac{c'}{f}=\underline{\frac{\sqrt{c^2-V^2}}{f}}$$



(2)　$d'=\dfrac{\lambda'}{4}=\underline{\dfrac{\sqrt{c^2-V^2}}{4f}}$

第８講　確認テスト

【解答】

(1)　明線(理由は解説参照)　(2)　$\dfrac{{z_1}^2-{z_0}^2}{2\lambda}$　(3)　$\sqrt{{z_0}^2+2nd\lambda}$

(4)　$\dfrac{d}{2}$, $\dfrac{d}{3}$　(5)　$\dfrac{ad}{a-d}$　(6)　ア：2　イ：2　ウ：$\dfrac{1}{2}$

【解説】

(1)　S_0, S_1 に達した光は同位相。また，$S_0T=S_1T$ ゆえ，T に達した光は同位相で強め合う。よって，明線。

(2)　$S_1R=\sqrt{d^2+{z_1}^2}\fallingdotseq d\left\{1+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{z_1}{d}\right)^2\right\}=d+\dfrac{{z_1}^2}{2d}$，$S_0R\fallingdotseq d+\dfrac{{z_0}^2}{2d}$ ゆえ，強め合う条件は，

$$S_1R-S_0R=\lambda$$

$$\left(d+\frac{{z_1}^2}{2d}\right)-\left(d+\frac{{z_0}^2}{2d}\right)=\lambda \qquad \therefore\ d=\frac{{z_1}^2-{z_0}^2}{2\lambda}$$

(3)　(2)と同様に，

$\dfrac{z_n^2-z_{n-1}^2}{2\lambda}=d$　　$\therefore$　$z_n^2-z_{n-1}^2=2d\lambda$　($n=1$, 2, …)が成立。n を 1 から n まで走らせて和をとれば，

$${z_n}^2-{z_0}^2=2d\lambda\times n \qquad \therefore\ z_n=\sqrt{{z_0}^2+2nd\lambda}$$

(4)　(3)より，経路差 λ で強め合うとき，

$$\frac{{z_n}^2-{z_0}^2}{2n}=d\lambda \quad (\text{一定})$$

となるので，経路差 $m\lambda$ のとき，($m=2$, 3, …)

$$d\lambda=x\times m\lambda \qquad \therefore\ x=\frac{d}{m}$$

よって，R に近い方から順に，$x=\dfrac{d}{2}$, $\dfrac{d}{3}$

(5)　(3)の結果を利用して，

$$\frac{{z_n}^2-{z_{n-1}}^2}{2a}+\frac{{z_n}^2-{z_{n-1}}^2}{2b}=\lambda=\frac{{z_n}^2-{z_{n-1}}^2}{2d}$$

$$\therefore\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{d} \qquad \therefore\ b=\frac{ad}{a-d}$$

(6)　ア：2　イ：2　ウ：$\dfrac{1}{2}$

(解説は略)

第９講　確認テスト

【解答】

Ⅰ　(1)　$P_1=2P_2$　　(2)　$V_1+\frac{1}{2}V_2$

Ⅱ　$\frac{SRT}{2mg}$

Ⅲ　(1)　$\frac{Sh}{2S_0}$　　(2)　$T+\frac{mgh}{R}$　　(3)　$\frac{5}{2}mgh$

【解説】

Ⅰ

(1)　ピストン A にかかる力のつりあいから，

$$P_1S_0=P_2\cdot 2S_0 \qquad \therefore\ \underline{P_1=2P_2}\quad \cdots①$$

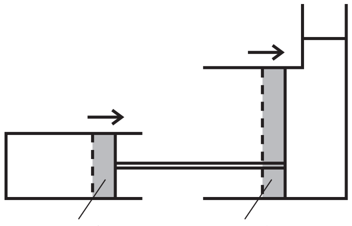
(2)　変化後の状態方程式は，圧力が各々 P_1'，P_2' になったとして，

$$\begin{cases} 気体1：P_1'(V_1+\Delta V)=RT_1 & \cdots② \\ 気体2：P_2'(V_1-2\Delta V)=RT_1 & \cdots③ \end{cases}$$

（気体１が ΔV ふえると，気体２の体積は $2\Delta V$ へることに注意！）

となり，①の関係は，ピストンが静止している時にはいつも成立するので，②÷③より，

$$\underbrace{\frac{P_2'}{P_1'}}_{①より\,2}\cdot\frac{V_1+\Delta V}{V_1-2\Delta V}=1 \qquad \therefore\ \Delta V=\frac{1}{4}(V_2-2V_1)$$



よって，

$$V_2'=V_2-2\Delta V=\underline{V_1+\frac{1}{2}V_2}$$

Ⅱ

まず，ピストン B にかかる力のつりあいから，気体２の圧力 P_2 は，常に

$$P_2\cdot S=mg \qquad \therefore\ P_2=\frac{mg}{S}\quad \cdots④$$

となり，①とあわせて，

$$P_1=\frac{2mg}{S}\ (一定)\quad \cdots⑤$$

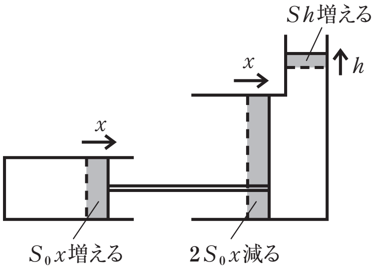
となることに注意 !!

気体１の状態方程式から，

$$P_1V_1'=RT \qquad \therefore\ V_1'=\frac{RT}{P_1}\overset{⑤}{=}\underline{\frac{SRT}{2mg}}\quad \cdots⑥$$

Ⅲ

変化前後の気体１，２の状態方程式は，



気体１ $\begin{cases} 前：P_1V_1' = RT & \cdots ⑦ \\ 後：P_1(V_1' + \Delta V') = RT' & \cdots ⑧ \end{cases}$

気体２ $\begin{cases} 前：P_2V_2' = RT'' & \cdots ⑨ \\ 後：P_2(V_2' - 2\Delta V' + Sh) = RT'' & \cdots ⑩ \end{cases}$

(1)　⑨－⑩より，

$$-2\Delta V' + Sh = 0 \qquad \Delta V' = S_0x \text{ ゆえ } \quad \underline{x = \frac{Sh}{2S_0}} \quad \cdots ⑪$$

〔別解〕

気体２は，圧力 P_2＝(一定)で，温度も不変だったので，体積も不変である！

よって，気体２について，体積変化が０なので，

$$-2S_0x + Sh = 0 \qquad \therefore \quad \underline{x = \frac{Sh}{2S_0}}$$

(2)　⑧－⑦より，

$$P_1 \cdot S_0x = R(T' - T)$$

⑤，⑪を代入して，

$$\frac{2mg}{S} \cdot S_0 \cdot \frac{Sh}{2S_0} = R(T' - T) \qquad \therefore \quad \underline{T' = T + \frac{mgh}{R}} \quad \cdots ⑫$$

(3)　気体１がした仕事は，

$$W_1 = P_1 \cdot \Delta V = \frac{2mg}{S} \cdot S_0 \cdot \frac{Sh}{2S_0} = mgh$$

内部エネルギー変化は，

$$\Delta U_1 = \frac{3}{2}R(T' - T) = \frac{3}{2}mgh$$

よって，熱力学第１法則より，

$$Q = \Delta U_1 + W_1 = \underline{\frac{5}{2}mgh}$$

第 10 講　確認テスト

【解答】

Ⅰ　$Z=25$　　$A=55$

Ⅱ　26 倍

Ⅲ　$\dfrac{1}{26}$倍

Ⅳ　676 倍

Ⅴ　Fe：−9.19[keV]　　Mn：−8.50[keV]

Ⅵ　$\dfrac{-3}{4}E_0$

【解説】

Ⅰ

反応式は

$${}^{55}_{26}\mathrm{Fe}+\mathrm{e}^- \longrightarrow {}^{55}_{25}\mathrm{Mn} \qquad \therefore\ \underline{Z=25,\ A=55}$$

Ⅱ

$$f(\mathrm{Fe})=k\frac{26e\cdot e}{r^2}=26\cdot k\frac{e^2}{r^2}=26f(\mathrm{H}) \qquad \therefore\ \underline{26\ 倍}$$

Ⅲ

$$\begin{cases} 電子について，円運動の方程式：m\dfrac{v^2}{r}=k\dfrac{e^2}{r^2} \\ \text{Bohr}\ の量子条件：mvr=\dfrac{h}{2\pi}\cdot n \end{cases}$$

より，

$$r=\frac{\left(\dfrac{h}{2\pi}\right)^2\cdot n^2}{mke^2}$$

となるので，e のひとつを $26e$ とすると，$\underline{\dfrac{1}{26}}$倍となる。

Ⅳ

エネルギー準位は

$$E_n(\mathrm{H})=-\frac{m(ke^2)^2}{\left(\dfrac{h}{2\pi}\right)\cdot n^2}$$

となるので，Fe の場合は，水素の 26^2 倍　　∴　$\underline{676\ 倍}$

Ⅴ

まず，$E_1(\mathrm{H})=-\dfrac{m(ke^2)^2}{\left(\dfrac{h}{2\pi}\right)^2}=-13.6[\mathrm{eV}]$

よって，

$$\begin{cases} E_1(\mathrm{Fe})=-13.6\times 26^2=\underline{-9.19[\mathrm{keV}]} \\ E_1(\mathrm{Mn})=-13.6\times 25^2=\underline{-8.50[\mathrm{keV}]} \end{cases}$$

Ⅵ

$$E_2(\mathrm{Mn})-E_1(\mathrm{Mn})=\underbrace{(-8.50)}_{E_0}\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{1^2}\right)=\underline{\frac{-3}{4}E_0}$$